

Obsah

1	Úvod	3
2	Teoretické seznámení s problematikou	5
2.1	Uvolňování jaderné energie	5
2.2	Plazma	7
2.3	Jaderná fúze	9
2.4	Realizace fúzního reaktoru v pozemských podmínkách	11
3	Tokamak	15
3.1	Tokamak	15
3.1.1	Původ	15
3.1.2	Současnost	16
3.1.3	Princip fungování	16
3.2	Tokamak GOLEM	21
3.2.1	Komora	22
3.2.2	Toroidální cívky	22
3.2.3	Ionizace	23
3.2.4	Ohřev a generování proudu plazmatem	23
3.2.5	Základní parametry tokamaku GOLEM	24
4	Generování proudu plazmatem I_p na tokamaku GOLEM	25
4.1	Motivace stabilizace proudu plazmatem na tokamaku GOLEM	25
4.2	Stabilizace proudu plazmatem na tokamaku GOLEM pomocí proudových zesilovačů	29
5	Tvorba Table-top experimentu	31
5.1	Výboj na tokamaku GOLEM	31
5.2	Implementace proudového zesilovače do schématu výboje	33
5.3	Vakuový výboj	34
5.4	1. fáze konstrukce table-top experimentu	35
5.4.1	Analytické řešení RLC	35
5.4.2	Numerické řešení RLC	40
5.4.3	Laboratorní verze RLC	44
5.4.4	Porovnání Table-top s numerickým modelem	45
5.5	2. fáze konstrukce table-top experimentu	46
5.5.1	Numerický model vakuového výboje	46
5.5.2	Laboratorní verze vakuového výboje	54
5.6	3. fáze konstrukce table-top experimentu	58
5.6.1	Numerický model vakuového výboje s přidavným primárem	59
5.6.2	Laboratorní verze vakuového výboje s přidavným primárem	64

6	Adaptace na tokamak Golem	69
6.1	Napočítání charakteristik pro Kepca	69
7	Implementace dosavadních řešení	71
7.1	Implementace přidavného primárního vinutí na tokamak GOLEM	71
8	Diskuze	73
9	Závěr	75
	Bibliografie	77

Kapitola 1

Úvod

Kapitola 2

Teoretické seznámení s problematikou

2.1 Uvolňování jaderné energie

Jaderná energie je energie vázaná v jádrech atomů. Aby mohla být tato energie uvolněna, je zapotřebí příslušná jaderná reakce. V zásadě rozlišujeme dva základní principy uvolnění jaderné energie, mezi které patří **jaderné štěpení** a **jaderná fúze**. Oba principy po příslušné reakci uvolňují energii v podobě **vazebné energie**. Vazebná energie je definována jako práce, kterou je třeba vykonat k rozložení soustavy na jednotlivé nukleony [1]. Tato práce je závislá na počtu nukleonů v jádře, tj. počtu protonů a neutronů v jádře definované nukleonovým číslem A . Velikost vazebné energie E_j lze určit pomocí lehce modifikovaného známého Einsteinova vzorce:

$$E_j = \Delta m \cdot c^2, \quad (2.1)$$

kde c je rychlost světla a Δm je hmotnostní úbytek (schodek), který je definován jako rozdíl hmotností vstupních reaktantů a výstupních produktů. Hmotnostní úbytek je dán vztahem:

$$\Delta m = m_{j(0)} - m_j = (Z \cdot m_p + N \cdot m_n) - m_j = (Z \cdot m_p + (A - Z) \cdot m_n) - m_j, \quad (2.2)$$

kde $m_{j(0)}$ je klidová hmotnost jádra, m_j je celková hmotnost jádra, Z je protonové číslo, N je neutronové číslo, m_p je klidová hmotnost protonu, m_n je klidová hmotnost neutronu.

V praxi se ovšem spíše setkáme s tzv. **separační energií**, což je podíl vazebné energie na jeden nukleon označované jako ε_j a dané vztahem:

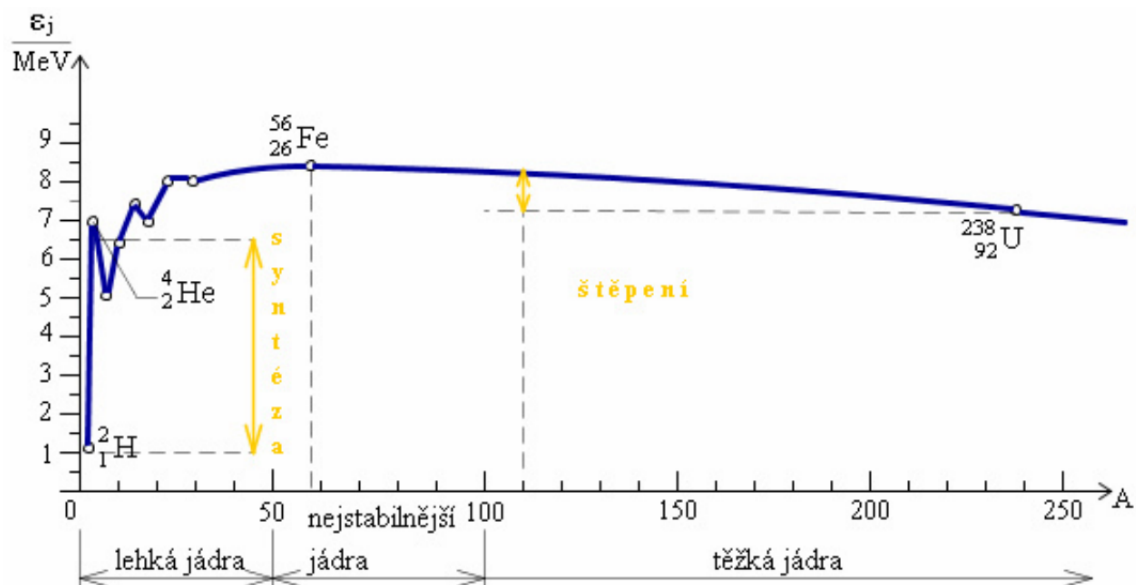
$$\varepsilon_j = \frac{E_j}{A}, \quad (2.3)$$

což lze názorně vyobrazit na přiloženém grafu závislosti separační energie ε_j na nukleonovém čísle A .

Z grafu 2.1 lze vidět, že atom s nejvyšší hodnotou vazebné energie je atom železa. Atom železa je také považován za jeden z nejstabilnějších prvků periodické soustavy prvků díky svému optimálnímu poměru neutronů a protonů v jádře, který přispívá

k jeho stabilitě a také má dlouhý poločas rozpadu v řádech jednotek milionů let. Totéž lze říci i o jeho izotopech, které jsou též stabilní [2]. Železo je také bráno jako pomyslná hranice (energetický mezník) mezi štěpením a slučováním jader. Z grafu je patrné, že fúze může probíhat z levé části směrem k železu. Fúze je jaderný proces při kterém dochází ke sloučení dvou lehkých jader na jedno jádro těžší za uvolnění vazebné energie v podobě kinetické energie. Štěpení může probíhat z pravé části grafu směrem k železu. Štěpení je opačný jaderný proces k fúzi, kdy z jednoho těžkého jádra vzniknou dvě lehčí jádra opět za uvolnění příslušného množství vazebné energie.

Toto tvrzení není zcela přesné, protože fúze může existovat i pro prvky těžší než železo. V přírodě se ovšem setkáváme právě se situací popsanou v grafu 2.1, protože je to z energetického hlediska výhodnější a překonat energetický mezník železa je velmi obtížné, ale nikoli nereálné. Pokud bychom chtěli sloučit dvě jádra těžší než železo, tak by k tomu bylo zapotřebí onormní množství energie se kterým se v přírodě lze setkat například u výbuchů supernov, kde potřebných energetických parametrů lze dosáhnout.



Obrázek 2.1: Graf závislosti separační energie ϵ_j na počtu nukleonů A . Převzato z [3].

2.2 Plazma

Stav hmoty ve formě Plazmatu je někdy označováno jako čtvrté skupenství hmoty. Samo Slunce i ostatní hvězdy jsou složeny z horkého plazmatu ve formě velkých plazmatických koulí zformovaných masivní gravitací samotné hvězdy. Také se jedná o nejběžnější formu hmoty ve vesmíru, ačkoli se na Zemi vyskytuje velmi zřídka. Odhaduje se, že více než 99 procent hmoty ve vesmíru je v plazmatickém stavu.

Plazma může být popsáno hned několika ekvivalentními definicemi mezi které patří například že: "Plazma je **kvazineutrální plyn** nabitých a neutrálních částic, který vykazuje **kolektivní chování** [4].

Pojem **kvazineutrální** znamená, že v makroskopickém objemu je stejné množství n kladných a záporných nábojů. Takový systém není zdrojem makroskopického elektrostatičkého pole, jinými slovy: na venek se jeví jako neutrální látka. Tedy celkový náboj Q_c definovaný jako součet všech kladných q_i^+ a záporných nábojů q_i^- musí být přibližně nulový, tj.:

$$Q_c = \sum_{i=1}^n q_i^+ + \sum_{i=1}^n q_i^- \cong 0. \quad (2.4)$$

S pojmem kvazineutrality se pojí i odbornější termín popisující plazma a to tzv. **Debyovo stínění** a **Debyova stínící délka**.

Debyovo stínění je zjednodušeně míra vzdálenosti, na kterou nabitá částice pocítí vliv jiné nabitě částice nebo plochy s nenulovým potenciálem. Toto odstínění je v důsledku kolektivního chování částic, které si probereme později.

Debyova délka λ_D je vzdálenost, na které je statický náboj odstíněn vložení do plazmatu v důsledku přitahování opačných a odpuzování souhlasných nábojů. Debyova délka λ_D je dána vztahem:

$$\lambda_D = \sqrt{\frac{\varepsilon_0 k_B T_e}{n_e e^2}}, \quad (2.5)$$

kde ε_0 je permitivita vakua, k_B Boltzmannova konstanta, T_e elektronová teplota, n_e elektronová hustota a e je náboj elementárního náboje. Pokud je Debyova délka mnohem větší než charakteristická délka L systému, tj. $L \gg \lambda_D$ pak tento systém lze považovat za Kvazineutrální [5].

Abychom mohli hovořit o takovém stínění, tak z rovnice (2.5) je patrné, že vliv bude jistě mít teplota, protože pokud budou elektrony příliš rychlé, tak překonají Coulombovskou sílu a uniknou z pole statického náboje. Tedy má smysl hovořit o takových elektronech, co jsou dostatečně pomalé a také jich musí být dostatečné množství. Takové množství lze charakterizovat pomocí Plazmatického parametru N_D , který je dán vztahem:

$$N_D = \frac{4}{3} \pi n \lambda_D^3, \quad (2.6)$$

kde n je počet částic v metru krychlovém. Pod pojmem **kolektivní chování** si představujeme nabitě částice plazmatu, které se nechovají jako jednotlivé nezávislé částice. Každá nabitá částice v plazmatu interaguje s mnoha dalšími nabitými částicemi najednou. Kolektivní chování je důsledkem dalekosahové Coulombovské interakce nabitých částic, kdy vzniká makroskopické elektromagnetické pole v důsledku v něm přítomných nenulových hustot náboje a proudu a také tato hmota je schopna na takové pole reagovat.

Kolektivní chování lze kvantifikovat pomocí plazmatického parametru, že $N_D \gg 1$, kdy kolektivní působení převažuje nad binárním působením částic, tedy Debyovo stínění je kolektivní děj. Pokud je tato podmínka splněna tak navíc lze hovořit o Ideálním plazmatu, kdy vlastnostmi lze připodobnit plazma k vlastnostem ideálního plynu a lze tak použít stavovou rovnici ideálního plynu.

V důsledku různých nestabilit je narušována stabilita plazmatu a následně díky elektrostatickým silám má plazma tendenci se do své stabilní polohy vrátit zpět což má za následek rozkmitání jistých částí plazmatu a tím dochází k narušení lokální kvazineutality. Tento jev pro jednoduchost lze aproximovat v jisté míře pomocí tlumených kmitů lineárně harmonického oscilátoru, který je řešením pohybových rovnic elektromagnetického pole. Vyřešením těchto rovnic dostaneme jistou frekvenci, kterou nazýváme elektronovou plazmovou frekvencí ω_p a je dána vztahem:

$$\omega_p = \sqrt{\frac{n_e e^2}{\varepsilon_0 m_e}}, \quad (2.7)$$

kde m_e je hmotnost elektronu. Tato frekvence je důležitá nejen pro popis různých význačných vlastností plazmatu, ale také pomocí ní lze říci, kdy převažuje kolektivní chování a to tehdy když je splněna následující nerovnost:

$$\omega_p > \nu_e, \quad (2.8)$$

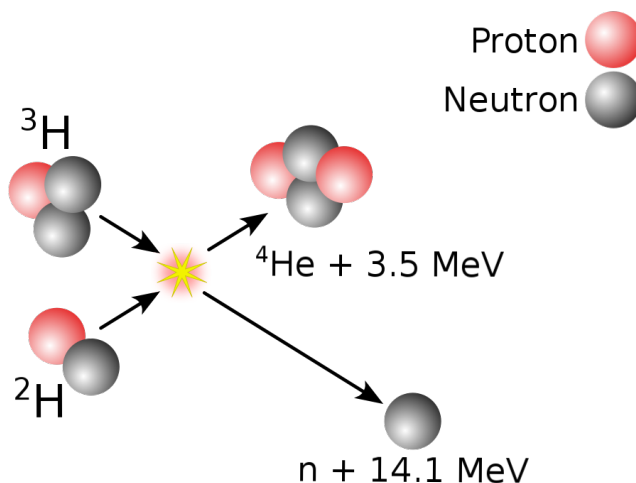
kde ν_e je srážková frekvence binárních srážek a jak již víme z definice plazmatu, tak v plazmatu binární srážky z pravidla nesmí dominovat [6].

Jak již bylo řečeno, plazma je soubor obsahující volné nosiče náboje a tím se také nejvíce odlišuje od běžného plynu. Aby například klasický plyn mohl být ve formě plazmatu, tak je zapotřebí tento plyn dostatečně ionizovat, tj. dodat dostatečné množství volných nábojů a podle toho rozlišujeme slabě a silně ionizované plazma. V slabě ionizovaném plazmatu je koncentrace nabitých částic zanedbatelně malá v porovnání s koncentrací neutrálních molekul. Naproti tomu v silně ionizovaném plazmatu převládá koncentrace nabitých částic.

Plazma lze dále dělit podle různých kritérií mezi které patří například složení plazmatu. Složení plazmatu je závislé na teplotě. Při rostoucích teplotách dochází k výrazné přeměně plazmatické hmoty. Nás bude zajímat zejména **Termonukleární plazma**, které se přirozeně vyskytuje v jádrech hvězd, kde probíhá termojaderná fúze. Jedná se o směs holých jader a volných elektronů. Atomární obaly již většinou neexistují. V této formě se bude také vyskytovat v budoucích fúzních elektrárnách. Mezi další formy plazmatu patří také Nukleonové plazma nebo Kvar-kgluonové plazma [7].

2.3 Jaderná fúze

Jaderná fúze neboli syntéza je jaderný proces, který funguje na zcela opačném principu než je štěpná reakce. Dochází zde naopak ke sloučení lehkých jader na jádra těžší, opět za uvolnění velkého množství energie v podobě vazebné energie (viz 2.2).



Obrázek 2.2: Obecný princip fungování jaderné fúze pro Deuterium-Tritiovou syntézu. Převzato a upraveno z [8].

Jaderná fúze probíhá přirozeně v nitrech hvězd. Jedná se nejenom o velmi důležitý přírodní zdroj energie důležitý pro život na Zemi v podobě světla a tepla ze Slunce, ale stojí také za vznikem vesmíru po Velkém třesku, během nějž byly zpočátku v mladém vesmíru přítomny pouze lehké prvky jako helium a vodík (přibližně 3 minuty po Velkém třesku), jež se později zformovaly do těžších prvků v prvních hvězdách. Atomy těžší, než železo pak vznikají při výbuchu například supernov, ale ne přímo během fúze, spíše díky zachytu neutronů.

Iniciace štěpné reakce je poměrně "jednoduchá", avšak za cenu neschopnosti tuto reakci definitivně zastavit, což přináší řadu problémů, které je nutné řešit. U jaderné fúze však stojíme před problémem principiálně opačným, protože iniciovat tuto reakci není triviální záležitost v pozemských podmínkách, ale naopak ukončení je velmi snadné a bez větších následků.

Problémem iniciace fúzní reakce spočívá v elektrostatickém odpuzování, které lze snadno popsat Coulombovskou silou, která pro souhlasně nabitá jádra je odpudivá (v případě atomů vodíku jsou jádra kladně nabitá včetně jejich izotopů) a pro nesouhlasně nabitá jádra naopak přitažlivá. Coulombovská síla F_c je dále nepřímo úměrná druhé mocnině vzdálenosti r^2 a popsána vztahem:

$$\vec{F}_c = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{qQ}{r^2} \cdot \vec{r}_0, \quad (2.9)$$

kde ϵ_0 je permitivita vakua, q a Q jsou zkoumané náboje, mezi kterými probíhá vzájemné působení. Aby došlo k syntéze, musely by se atomy přiblížit na

"téměř" nulovou vzdálenost, což by limitně dávalo "nekonečnou" sílu. Nekonečná síla není však fyzikálně přípustná a lepší popis lze provést pomocí elektrostatického potenciálu U_C . Pro přiblížení jader na dostatečnou vzdálenost je třeba překonat tzv. **Coulombovskou bariéru**, která je popsána právě tímto potenciálem U_C . Závislost potenciálu U_C vzájemného působení dvou atomů závisí na jejich vzájemné vzdálenosti [9] a je dán vztahem:

$$U_c = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Z_1 Z_2 e^2}{\left(A_1^{\frac{1}{3}} + A_2^{\frac{1}{3}}\right) r_0}, \quad (2.10)$$

kde $Z_{1,2}$ jsou protonová čísla daných atomů, $A_{1,2}$ jsou nukleonová čísla a $r_0 = 1,25 \cdot fm$ je konstanta reprezentující poloměr jádra. Například pro atomy deuteria je potřeba dosáhnout přiblížení přibližně dvojnásobku svých poloměrů, což odpovídá hodnotě r_0 . Po dosazení $Z_{1,2} = 1$ a $A_{1,2} = 2$ do vztahu 2.10 dostaneme velikost potenciálové bariéry U_C okolo 457 keV , což v přepočtu na teplotu odpovídá asi 5,3 miliardy Kelvinů.

Provoz takových teplot je v pozemských podmínkách nemyslitelný, protože žádný známý materiál by takto enormní teploty dlouhodobě nevydržel. Takových teplot nedosahuje ani naše slunce, kde se teplota pohybuje v řádech desítek milionů stupňů, ale přesto zde probíhá jaderná fúze přirozeně. Odpověď na tuto otázku nalezneme v kvantovém tunelování. Jedná se o kvantový jev, který porušuje principy klasické fyziky tak, že částice je schopna protunelovat skrz potenciálovou bariéru U_C , která může mít vyšší energii, než tunelující částice. Díky tomuto jevu se značně snižují nároky na energii - například pro reakci Deuteria s Tritiem je velikost potenciálové bariéry odhadnuta na 300 keV . Díky tunelovému jevu klesnou nároky na pouhých 14 keV , která odpovídá teplotě přibližně 160 milionů stupňů, což je stále velmi vysoká teplota, ale v pozemských podmínkách je již realizovatelná. Při takto vysokých teplotách všechny známé látky jsou plně ionizovány a jsou ve formě plazmatu.

Nyní však zbývá odpovědět na otázku, jakým způsobem daná jádra přiblížit natolik, aby jaderná fúze mohla proběhnout v pozemských podmínkách. Přiblížit jádra na dostatečnou vzdálenost lze několika různými způsoby. V praxi se k realizaci fúzní reakce využívá zejména **elektromagnetické interakce**.

Jednou z možností v pozemských podmínkách je konstrukce deuteriového urychlovače s tritiovým terčem. Urychlením deuteriových jader na dostatečnou rychlost může při úspěšné srážce s tritiovým terčem dojít k překonání elektrostatického odpuzování a může tak dojít k fúzi. Toto řešení bohužel není příliš efektivní pro zažehnutí jaderné fúze, protože pravděpodobnost srážky (účinný průřez) je velmi malá kvůli velkému Rutherfordově rozptylu, jinými slovy by bylo nutné vystřelit velmi mnoho jader aby k úspěšným srážkám došlo častěji. Navíc by takový urychlovač musel být konstantně připojen k elektrické síti, což by z hlediska potenciálního energetického reaktoru nebylo výhodné.

Druhým mnohem efektivnějším řešením je dodat energii všem částicím najednou a mnohonásobně tím zvýšit pravděpodobnost (účinný průřez) střetu ostřelovaných jader. Nejjednodušším a zároveň energeticky nejvýhodnějším způsobem jak dodat energii všem částicím a zvýšit tak jejich kinetickou energii je takovou látku zahřát.

Takovému způsobu iniciace jaderné fúze říkáme **termojaderná fúze**. Oproti předchozímu způsobu řešení, které může probíhat za nízkých teplot mimo místa střetu, má toto řešení zásadní výhodu z hlediska energetiky a to, že z počátku musíme dodat dostatečné množství energie a po úspěšném zažehnutí fúzní reakce je plazma díky vlastní uvolněné energii schopno samostatně iniciovat další fúzní reakce. To znamená, že fúzní reakce jsou schopny probíhat autonomně bez přísunu konstantního zdroje energie ze sítě. Při úspěšném zažehnutí fúze by získaná energie měla překonat dodávanou energii. V současné době panuje přesvědčení, že termojaderná fúze je jediný způsob jak dosáhnout energie z jaderné fúze v pozemských podmínkách a být tak potenciální budoucí elektrárnou, která se minimálně vyrovná svoji účinností té jaderné.

2.4 Realizace fúzního reaktoru v pozemských podmínkách

Pro realizaci fúzního reaktoru je zapotřebí nejen stanovit technologické parametry pro budoucí fúzní zařízení, ale také pro fúzní palivo. Podmínky pro fúzní palivo zformuloval v roce 1955 britský inženýr J.D.Lawson do jedné elegantní nerovnice, tzv. **Lawsonovo kritérium**. Lawsonovo kritérium je obecně dáno elegantní enervností:

$$n \cdot \tau_E \geq f(T), \quad (2.11)$$

kde n je hustota paliva, τ_E je doba udržení energie a $f(T)$ je funkce teploty, která se pro každé palivo liší. V případě DT reakce je Lawsonovo kritérium dáno vztahem:

$$n \cdot \tau_E \geq \underbrace{\frac{12k_B T}{\langle \sigma v \rangle E_{f(i)}}}_{f(T)} \frac{1}{\xi + \frac{1}{Q}}, \quad (2.12)$$

kde k_B je Boltzmanova konstanta, T je termodynamická teplota $\langle \sigma v \rangle$ je reaktivita plazmatu, $E_{f(i)}$ je energie uvolněná během jedné fúzní reakce, Q je faktor zesílení definovaný jako poměr mezi fúzním výkonem P_F a výkonem ohřevu P_H a ξ je část využitelné energie, tj. energie, kterou lze energeticky využít. Například pro DT reakci je $\xi = \frac{1}{5}$, která odpovídá $\frac{1}{5}$ celkového fúzního výkonu P_F . Tento výkon odpovídá pouze výkonu α částic a zbývajících $\frac{4}{5}$ celkového fúzního výkonu P_F je odnášena neutrony, které nelze efektivně energeticky využít kvůli nemožnosti usměrňovat jejich pohyb elektromagnetickými poli.

Po dosazení konkrétních hodnot do 2.12 dostaneme odhad teploty potřebné pro splnění nerovnosti. Pro DT reakci je zapotřebí teplota přibližně 160 milionů stupňů celsia. Po dosazení do 2.12 dostáváme hodnotu přibližně v řádech 10^{20} . Pak naše nerovnost se redukuje na:

$$n \cdot \tau_E \geq 10^{20} [m^{-3} \cdot s]. \quad (2.13)$$

Z výše uvedené nerovnosti 2.13 pro DT reakci je patrné, že pro splnění této nerovnosti resp. energetické rovnováhy je možné při vhodné volbě hodnoty součinu

$n \cdot \tau_E$. Z energetického hlediska chceme dokonce najít minimální hodnotu součinu, protože ta bude z hlediska energetických nákladů nejvýhodnější. Součinu, který bude roven alespoň hodnotě 10^{20} lze dosáhnout v zásadě dvěma způsoby, které mají přímý vliv na konstrukci budoucího fúzního reaktoru [10].

Jednou ze zamýšlených možností je maximalizace hustoty paliva n a naopak minimalizace doby udržení τ_E . Pro takovou volbu parametrů se využívá konstrukční způsob řešení v podobě tzv. **Inerciálního udržení**. Konkrétní podmínky pro DT reakci pomocí inerciálního udržení jsou stanoveny přibližně pro hustotu paliva $n = 10^{30} \text{ jader/m}^3$ a dobu udržení stanovené na $\tau_E = 10^{10} \text{ sekundy}$. Inerciální udržení probíhá prudkým stlačením fúzního paliva do předdefinované hustoty, které díky vysokému tlaku má šanci zfúzovat.

V praxi se takového stlačení dosahujeme například pomocí soustředěných laserových paprsků rovnoměrně okolo palivové kapsle obsahující deuterium-tritiovou směs a pokusit se tak o homogenní stlačení. Takovému způsobu zapálení říkáme **Přímé zapálení**.

Ovšem toho není prakticky možné dosáhnout, protože při soustředění paprsků na palivo dojde k vypařování vrchní vrstvy, která se přirozeně rozpíná a spodní vrstva je o poznání chladnější, tedy dochází k vytvoření dvou zcela rozdílných prostředí o různých hustotách, ve kterých dojde k nestabilitě zvané Rayleighova-Taylorova nestabilita.

Druhým způsobem inerciálního udržení je **Nepřímé zapálení**. Nepřímé neboť k zapálení paliva dojde pomocí vzniklého záření nejčastěji rentgenového, které tlačí palivo. Díky velkému tlaku a silnému zdroji záření dojde k zapálení směsi a následně fúzní reakci. Problémem tohoto principu je, že nelze použít klasickou bombu jako zdroj energie elektrárny, protože energie je uvolněna velmi rychle a není možné tento tok energie korigovat.

V praxi bylo využito opět iniciace pomocí laserových paprsků, ale navíc byla komora pozměněna tak, aby využila předchozího efektu fúzní bomby. Toho bylo dosaženo pomocí mikro komory ze zlata a laserových paprsků, jež byly koncentrovány do malých otvorů v komoře a nikoli na samotné palivo. K zapálení paliva dojde pomocí vzniklého rentgenového záření, který tlačí palivo. Výhodou je, že nepřímé zapálení umožňuje rovnoměrně stlačení. Ovšem realizaci takového energetického reaktoru brání jeho nízká energetická účinnost, kdy přibližně třetina fúzního výkonu je přenášena ionty a intenzivním rentgenovým zářením. Mnohem závažnějším problémem je samotné získávání energie z vysoce energetických mikroexplozí, které navíc každou další vzniklou explozí extrémně zatíží vnitřek reaktorové komory.

Tento způsob fungování budoucí elektrárny není alespoň prozatím optimální kvůli neschopnosti kontinuálního provozu, malé účinnosti a životnosti elektrárny, nákladné konstrukci a provozu, drahé výrobě paliva a nakonec také komplikovaného exportu energie z reaktoru.

Druhou zamýšlenou možností splnění Lawsonova kritéria je naopak maximalizace doby udržení τ_E a minimalizace hustoty n . Tento způsob volby parametrů se reali-

zuje v podobě **Magnetického udržení**. Konkrétní hodnoty pro splnění parametrů Lawsonova kritéria pro magnetické udržení jsou odhadem pro DT reakci stanoveny při hustotě paliva přibližně $n = 10^{20} \text{ jader}/\text{m}^3$, což je přibližně o 5 řádů méně než vzduch. Při této volbě hustoty zůstává plazma globálně stabilní při realistických intenzitách magnetického pole v řádech Tesla. Doba udržení τ_E se odhadem bude pohybovat v řádech sekund, ale je velmi obtížné tuto dobu přesně stanovit.

Pro zažehnutí fúzní reakce je zapotřebí teplot ~ 160 milionů stupňů, což žádný známý materiál není schopen dlouhodobě udržet aniž by došlo k poškození stěn reaktoru, v horším případě k tavení reaktoru. Také víme že palivo, které je zahřáto na takto vysoké teploty je ve formě plazmatu. Výhoda plazmatu je v jeho kolektivním chování, které spočívá ve schopnosti reagovat jako celek na elektromagnetická pole. Tato vlastnost je velmi důležitá z hlediska konstrukce budoucí elektrárny, protože takovou hmotu můžeme nechat levitovat zvolením vhodné magnetické konfigurace.

Mezi nejúspěšnější zařízení využívající magnetického udržení patří **tokamaky** využívající torodiální geometrii magnetického pole. Horká plazma je udržována pomocí šroubovicového magnetického pole, které generuje Lorentzovu sílu působící na nabitě částice plazmatu. Mezi další podobné zařízení využívající magnetické udržení patří například **stelarátory**, které se od tokamaků liší zejména absencí generování proudu v plazmatu.

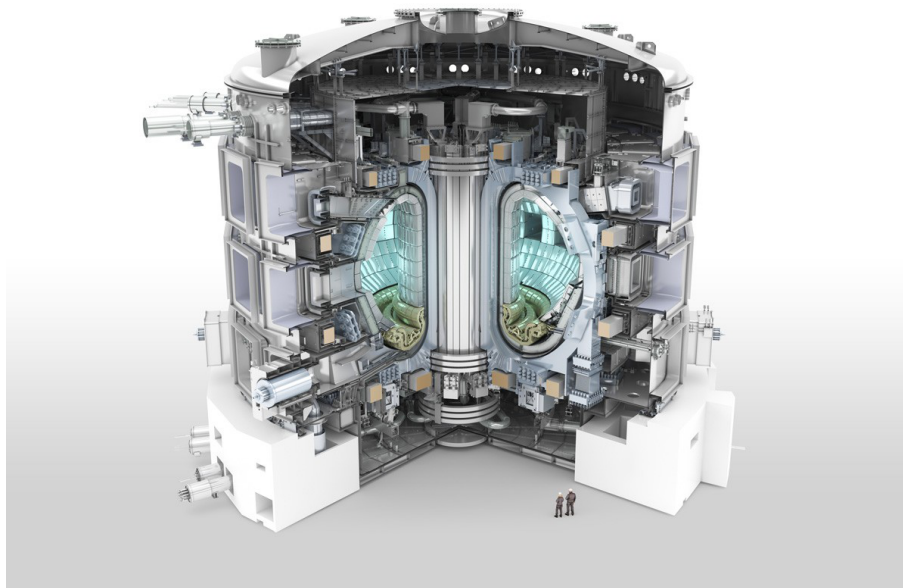
V současné době nejnadějnější budoucí fúzní elektrárnou jsou tokamaky, protože jsou svým provozem velmi podobné současným elektrárnám, jsou schopny kontinuálního provozu, jsou konstrukčně levnější a to včetně výroby paliva a hlavně reakce jsou zde značně stabilnější než u inerciální fúze. Samozřejmě i magnetické udržení má své neopomíjitelné problémy. Mezi hlavní nevýhody řadíme například torodiální geometrii magnetického pole, která stojí hned za řadou nestabilit jako jsou například MHD nestability mezi které patří například *gradB* nestabilita.

Kapitola 3

Tokamak

3.1 Tokamak

Tokamak je zařízení schopné udržet vysokoteplotní plazma. To je zajištěno pomocí levitace vysokoteplotního plazmatu zprostředkované vhodnou konfigurací elektromagnetických polí. Tedy tokamak řadíme mezi zařízení s **magnetickým udržením** plazmatu. V současné době se jedná o nejnadějnější způsob realizace termojaderné fúze jako budoucí elektrárny v pozemských podmínkách díky dosavadním výsledkům.



Obrázek 3.1: Největší tokamak současnosti jménem ITER, který je zároveň největším mezinárodním projektem v oblasti termojaderné fúze vůbec. Převzato z [11].

3.1.1 Původ

Toto zařízení je původem z Ruska. Název **Tokamak** je z ruská zkratka **TO**roidalnaja **KA**mera i **MA**gnitnyje **K**atuški, což v překladu znamená **toroidální komora**

s **magnetickými cívkami** [12]. Tento koncept se poprvé objevil v 50. letech minulého století v Kurčatově ústavu v Sovětském svazu s jehož myšlenkou přišli poprvé Igor Jevgeněvič Tamm a Andrej Sacharov. První tokamak byl postaven v roce 1951 jako experimentální zařízení potvrzující Kruskal-Shafranovovy podmínky stability.

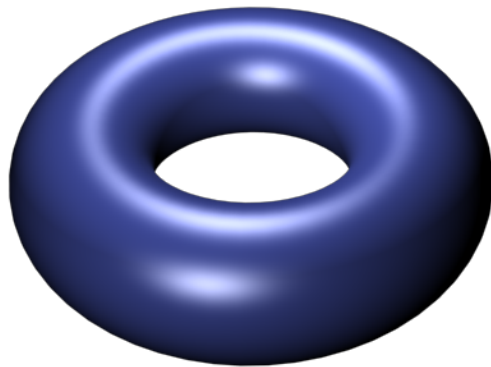
3.1.2 Současnost

Termojaderná fúze jako nadějný budoucí zdroj čisté energie v čele s tokamaky je předmětem intenzivního výzkumu. V současné době se v jižní Francii staví největší tokamak na světě s názvem **ITER** vyobrazený na 3.1. Jedná se o zkratku **I**nternational **T**hermonuclear **E**xperimental **R**eactor, ale latinsky to znamená **CESTA**. Cílem tohoto mezinárodního projektu je technologická demonstrace schopnosti vytvořit a udržet termojadernou fúzi s kladným energetickým ziskem. Podle dostupných informací by první spuštění mělo proběhnout v průběhu roku 2025, ale vzhledem k současnému konfliktu mezi Ukrajinou a Ruskem bude dokončení tohoto projektu i z tohoto důvodu pravděpodobně opožděno.

3.1.3 Princip fungování

Komora

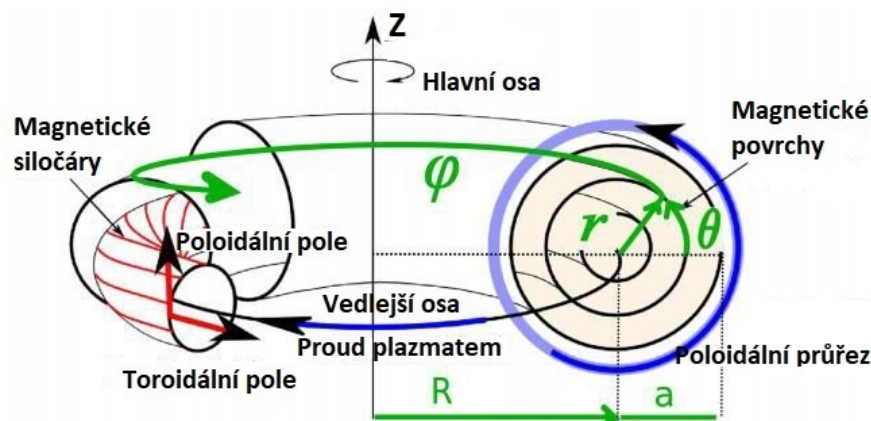
Každý tokamak je charakterizován specifickým tvarem komory, který je nejčastěji ve tvaru **Toru**, též řečeno **Anuloidu** vyobrazeno na 3.2.



Obrázek 3.2: Torus neboli Anuloid jako geometrický útvar. Převzato z [13].

Jedná se o tvar, který vznikne rotací kružnice reprezentující průřez komorou okolo osy, která leží ve stejné rovině a zároveň nemá žádné společné body. Tuto vzdálenost v případě tokamaků označujeme jako **velký poloměr** R a v případě kružnicového průřezu je poloměr této rotované kružnice označován jako **malý poloměr** r , které lze vidět na přiloženém obrázku 3.3. Mezi tokamaky disponující komorou ve tvaru toru patří například český tokamak GOLEM.

Posledních pár let se používají spíše modernější průřezy komorou označované jako D Shape, tj. průřez komorou ve tvaru D, kterým disponuje i samotný budoucí tokamak ITER, který je na obrázku 3.1 kde tento tvar lze vidět. V případě všech možných konfigurací má komora primární funkci jako vakuová nádoba, která navíc

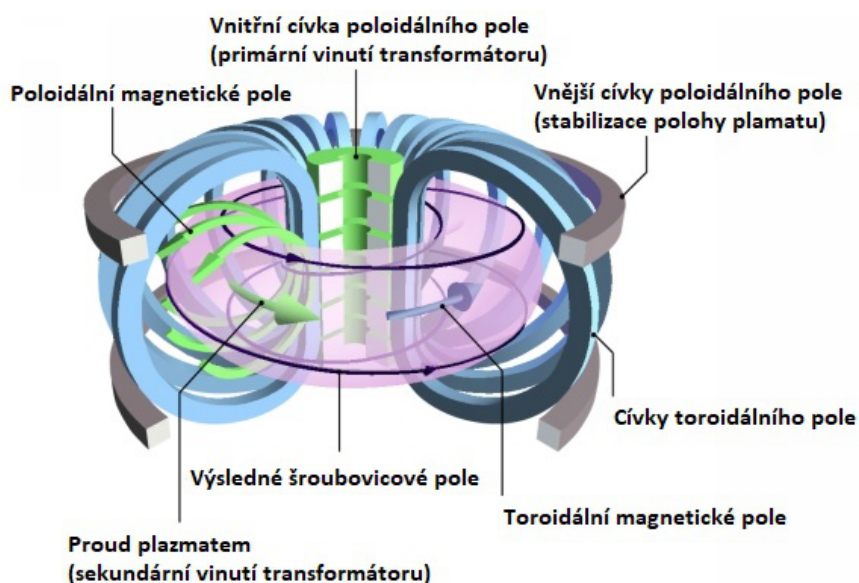


Obrázek 3.3: Zavedení souřadnic pro radiální profil tokamaků a ukázkou příslušných fyzikálních veličin v plazmatu. Obrázek převzat a upraven z [14].

modeluje svým tvarem vzniklou elektromagnetickou konfiguraci plazmatu a navíc musí odolat vysokým teplotám.

Toroidální a Poloidální magnetické pole

Jak už víme, tak k zažehnutí termojaderné fúze je zapotřebí dosažení nemalé teploty pro překonání Coulombovské bariéry. Proto je zapotřebí v případě magnetického udržení horkou plazmu nechat levitovat a tím stabilizovat podmínky v reaktoru resp. ve vakuové komoře aby nedošlo k jejímu poškození. Tohoto efektu docílujeme pomocí složení **Toroidálního** a **Poloidálního** magnetického pole.



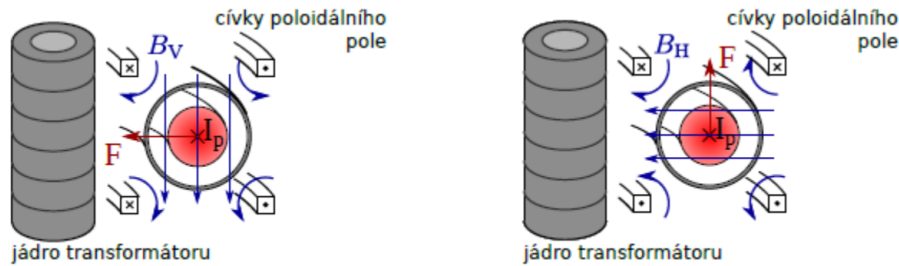
Obrázek 3.4: Schéma tokamaku reprezentující základní komponenty potřebné pro jeho provoz. Převezato a upraveno z [15].

Poloidální magnetické pole je generováno pomocí cívek, které obepínají samotnou komoru v tzv. toroidálním směru jak lze vidět na přiloženém schématu 3.4. **Toroidální** magnetické pole je generováno prostřednictvím proudu plazmatem o kterém si více řekneme v další sekci. Při složení těchto dvou magnetických polí vznikne **šroubovicové magnetické pole**. Toto pole je také někdy označováno jako **helikální** a díky toroidální geometrii a faktu, že částice plazmatu obíhají kolem magnetických silokřivek nedochází k úniku částic jako například ve válcové konfiguraci. Vzniklá elektromagnetická konfigurace je řešením pohybové rovnice dané Lorentzovou silou, která je generována v důsledku působení vnějšími poli a je dána vztahem:

$$\vec{F}_L = \vec{F}_e + \vec{F}_m = q \cdot (\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B}), \quad (3.1)$$

kde \vec{F}_e je elektrická síla, \vec{F}_m je magnetická síla, q je náboj, \vec{E} je intenzita elektrického pole a \vec{B} je magnetická indukce. Vzniklé helikální pole je schopno zabránit tzv. ∇B driftu v důsledku zakřivení silokřivek, které vede k oddělení jednotlivých nábojů a stojí za vznikem elektrostatického pole. Vzniklé elektrostatické pole kvůli $\vec{E} \times \vec{B}$ driftu vedlo k difundování plazmatu ven z komory. Díky helikální geometrii, které stáčí silokřivky magnetického pole, dochází ke zkratování parazitického elektrostatického pole a zabráňuje tak úniku částic ven z komory, resp. na stěnu komory.

Plazma v důsledku různých elektromagnetických driftů má tendence jako celek se různě pohybovat v komoře tokamaku. Abychom k tomuto vychýlení předešli a zabránili tak potenciálnímu dotyku s komorou, tak je zapotřebí plazma v čase vychylovat proti směru tohoto působení. K tomu slouží vnější poloidální cívky umístěné okolo komory v poloidálním směru tvořící tzv. kvadrupol viz 3.5, který je schopen díky jisté orientaci tekoucího proudu vodičem vytvořit homogenní magnetické pole v libovolném směru tak, aby výsledná Lorentzova síla tlačila plazma buď v horizontálním směru (vlevo na 3.5), nebo vertikálním směru (vpravo na 3.5).



Obrázek 3.5: Schéma tekoucího proudu poloidálními cívkami pro vychýlení plazmatu příslušným směrem. Převzato z [16].

Tento podpůrný způsob stabilizace je velmi efektivní, ale zároveň velmi náročný na provedení. Zde je zapotřebí měřit aktuální hodnoty plazmatu v řádech pikosekund, vyhodnocovat změny a vytvořit příslušnou odpověď prostřednictvím zpětnovazebního řízení.

Ohřev plazmatu a vznik proudu plazmatem

Jedním z posledních kroků aby mohla proběhnout termojaderná fúze v pozemských podmínkách je ionizované plazma dostatečně zahřát. Nejefektivnějším a také

nezbytným prvkem tokamaku je využití transformátoru jednak jako zdroj ohmického ohřevu, tak i prvek nezbytný pro generování poloidálního pole potřebného pro dosažení šroubovicového pole.

Díky vodivosti plazmatu jsme schopni pomocí primárních cívek umístěných na samotném transformátoru indukovat napětí v plazmatu U_{loop} a vede ke vzniku indukovaného proudu plazmatem I_{pl} , kde plazma má roli sekundárního vinutí jako jeden závit na krátko, který je ve zkratu. Díky vysokému transformačnímu poměru je ve vodivém plazmatu dosahováno proudů v řádech až stovek kA . Díky takto vysokým proudům dochází k enormnímu zahřátí plazmatu v důsledku působení ohmického ohřevu, jehož příkon P_{OH} je dán vztahem:

$$P_{OH} = U_{loop} \cdot I_{pl}. \quad (3.2)$$

Jak již bylo řečeno, indukovaný proud plazmatem má navíc sekundární roli nezbytnou pro stabilizaci plazmatu, protože v důsledku Ampérova zákona vzniká okolo tekoucího proudu plazmatem poloidální magnetické pole, které je potřebné pro vznik výsledného šroubovicového pole.

Ohmický ohřev plazmatu má však svá omezení mezi které patří například omezená schopnost indukovat proud plazmatem prostřednictvím magnetického indukčního toku tekoucího kovovým jádrem. Tato schopnost je limitována tzv. nasycením transformátorového jádra, kdy dojde k dosažení maximální hodnoty magnetického indukčního toku a jádro není nadále schopno spolehlivě generovat indukovaný proud v sekundárním vinutí (plazmatu). Dalším nezanedbatelným faktorem je klesání odporu plazmatu během výboje a ohmický ohřev se tak stává neefektivním. Také pro indukování proudu prostřednictvím transformátorového jádra je zapotřebí dostatečná změna proudu, která může mít za následek postupné zahřívání komponent, jako jsou například přívodní kabely, které v tomto důsledku mění své fyzikální vlastnosti a dochází k jejich degradaci.

Z toho důvodu budoucí tokamaky budou pracovat v tzv. pulzním režimu. Proto bude zapotřebí ještě doprovodných zdrojů ohřevu jako je například pomocí neutrálních částic, nebo pomocí mikrovlnných zdrojů, které by měli zachovat kontinuální provoz elektrárny.

Vzniklé poloidální pole obvykle bývá výrazně menší než toroidální což má za následek malou helicitu (šroubovitost pole). To znamená, že během jednoho oběhu pomyslného bodu po silokřivce v poloidálním směru dojde k výrazně méně oběhům v toroidálním směru, což může vést hned k řadě nestabilit v plazmatu. Tato vlastnost je reprezentována pomocí tzv. bezpečnostního faktoru q , který je dán vztahem:

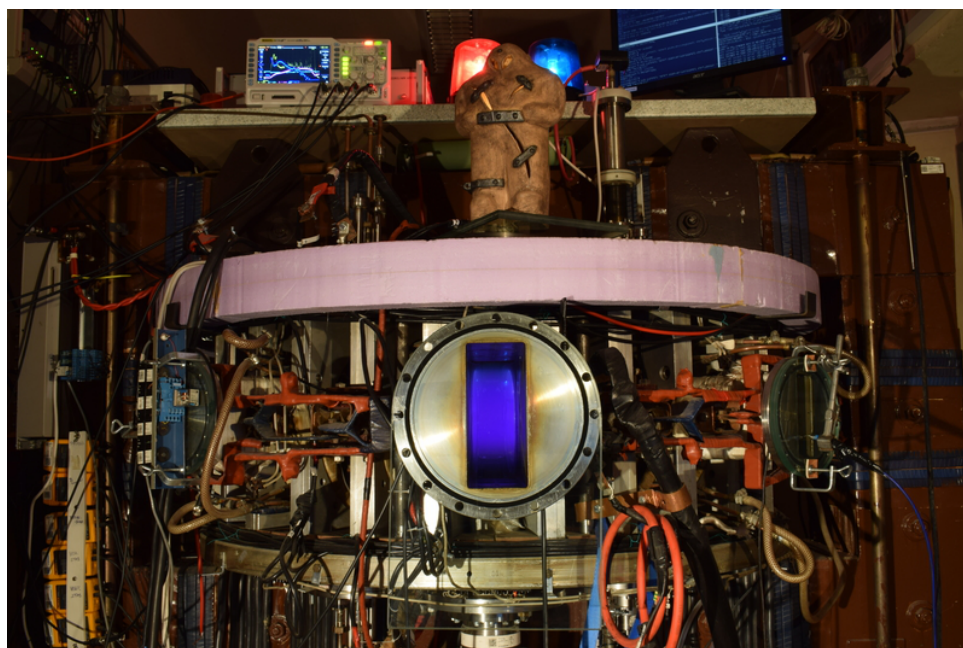
$$q = \frac{r \cdot B_t}{R \cdot B_p}, \quad (3.3)$$

kde r je malý poloměr, R je velký poloměr, B_t je magnetická indukce v toroidálním směru a B_p je magnetická indukce v poloidálním směru. Obecně platí, že při vyšších hodnotách q vedou k vyšší stabilitě systému. Nejnižších hodnot q je dosahováno na okrajích plazmatu, kde jsou také nejvíce zastoupeny různé nestability v plazmatu. Výše uvedený vzorec funguje pro tokamaky s radiálním profilem komory

(jako je například tokamak GOLEM), není tedy příliš použitelný pro modernější typy využívající například profil komory ve tvaru D, kde je zapotřebí tento vzorec příslušně modifikovat.

3.2 Tokamak GOLEM

Tokamak GOLEM je nejstarší a zároveň tedy nejdéle fungující tokamak na světě. Jednalo se o první zařízení určené pro základní výzkum mikrovlnného ohřevu pod označením **TM-1** nebo **TM-1-MH**, které se zařazovalo do kategorie malých tokamaků. Pod tímto označením se zařízení do května 1976 nacházelo v Ústavu atomové energie I. V. Kurčatova v Moskvě a poté bylo přesunuto do Ústavu fyziky plazmatu ČSAV, kde dostalo nové jméno **CASTOR**. V roce 2006 bylo zařízení nahrazeno větším a modernějším tokamakem jménem **COMPASS** a **CASTOR** byl převezen na Fakultu jadernou a fyzikálně inženýrskou.

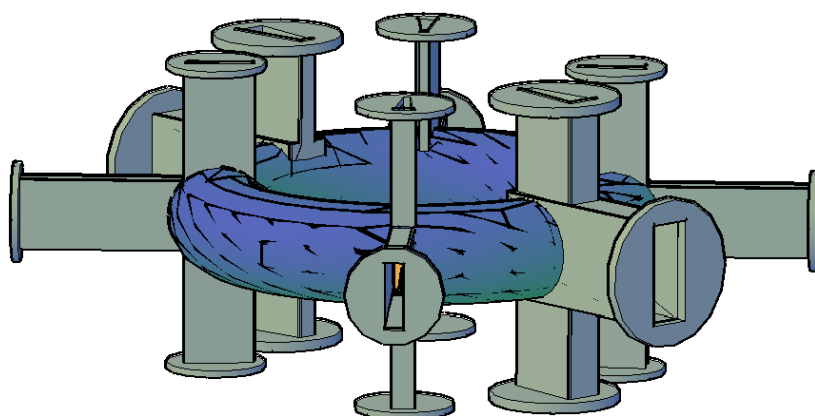


Obrázek 3.6: Fotografie tokamaku Golem. Převzato z [17]

Pod označením **GOLEM** vykonává novou misi v oblasti zejména vzdělávání studentů v oboru termojaderné fúze po celém světě díky jeho důmyslnému na dálku řízenému systému jménem **Dirigent**, pomocí kterého ovládat lze provoz tokamaku odkudkoli prostřednictvím internetu.

3.2.1 Komora

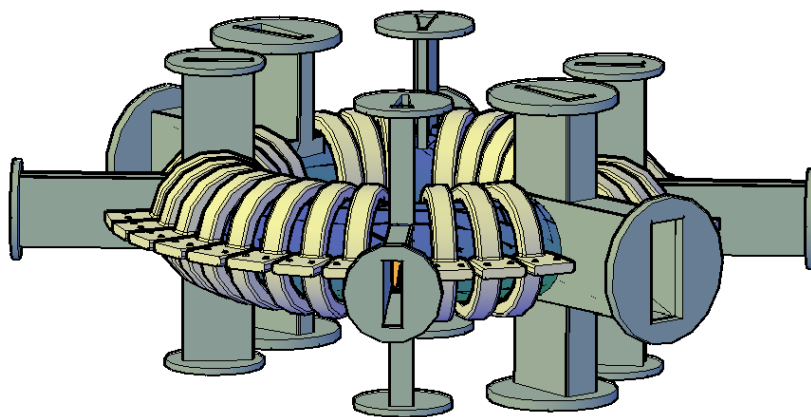
Vakuová komora tokamaku GOLEM je kruhového průřezu a je vyrobena z 0,2 mm tlustého nerezového plechu. V komoře se nachází šest diagnostických sekcí ve tvaru T a každá sekce disponuje třemi porty, které lze vidět na obrázku 3.7. Okolo samotné komory je navíc ještě 10 mm silný měděný plášť. Plášť se skládá z dvou vertikálních a dvou horizontálních částí a každá z nich má svoji specifickou funkci. Vertikální část pláště zabraňuje tvorbě závitu nakrátko a horizontální část umožňuje pronikání magnetického pole dovnitř komory.



Obrázek 3.7: Model vakuové komory neboli lineru tokamaku Golem.

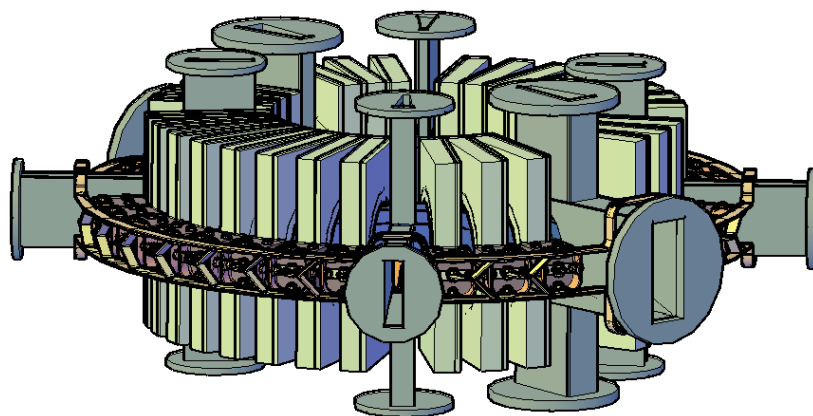
3.2.2 Toroidální cívky

Toroidální magnetické pole na tokamaku GOLEM je zprostředkováno pomocí 28 cívek, které obepínají vakuovou komoru. Cívky jsou schopny dosáhnout magnetických polí v okolo $B_t \approx 0,3T$. V současné době jsou napájeny pomocí kondenzátorové baterie, což má za následek nekontrolované uvolnění energie do těchto cívek.



Obrázek 3.8: Model toroidálních cívek okolo komory tokamaku Golem.

Cívky jsou navzájem propojeny měděnými pláty pro společné napájení všech cívek a zakryté v hliníkových boxech jako pasivní chladič, ale také kvůli bezpečnosti. Vše je zobrazeno na obrázku 3.9.



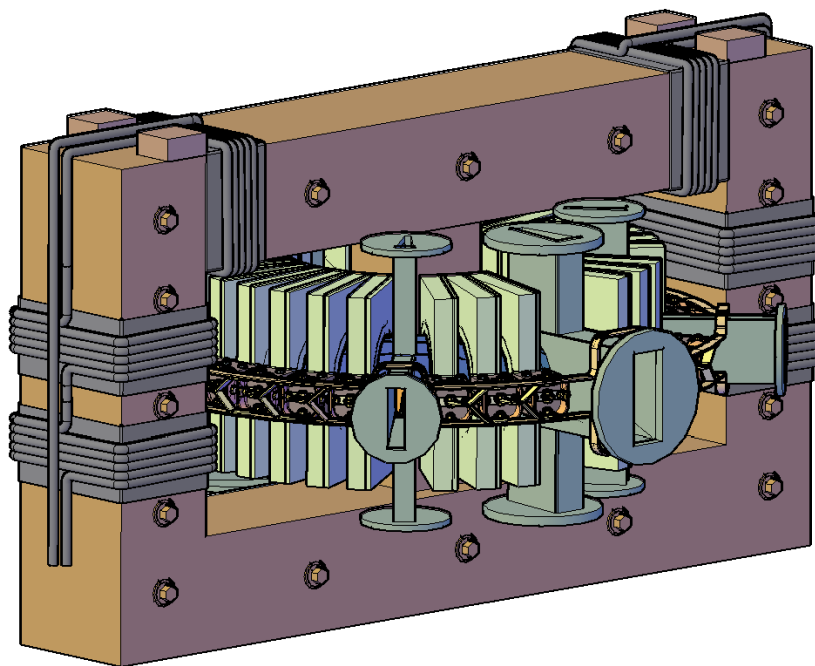
Obrázek 3.9: Model toroidálních cívek okolo komory tokamaku Golem včetně napájecí kaskády a krycích hliníkových boxů.

3.2.3 Ionizace

Na tokamaku GOLEM je použita srážková ionizace pomocí urychlených elektronů. Jako zdroj elektronů je použito wolframové vlákno z klasické žárovky bez skleněné části. Uvolněné emitované elektrony jsou dále rozptýleny po komoře pomocí vytvoření elektrického potenciálu na komoře, která je schopna elektrony urychlit a tak ionizovat pracovní plyn.

3.2.4 Ohřev a generování proudu plazmatem

Pro tuto bakalářskou práci nejvíce stěžejní částí tokamaku GOLEM je indukování proudu plazmatem, které na tokamaku Golem probíhá prostřednictvím masivního kovového transformátorového jádra ve tvaru osmičky. Na transformátorové jádro je namotáno šest navzájem propojených primárních vinutí vždy po šesti závitěch, které díky protékajícímu proudu a Ampérově zákonu generují ve vodivém plazmatu proud. Tento proud je hlavním zdrojem ohřevu v podobě ohmického ohřevu a je také důležitý pro stabilizaci plazmatu v tokamaku. V současné době probíhá napájení primárního vinutí též prostřednictvím kondenzátorové baterie. Kvůli nekontrolovanému toku energie z kondenzátorové baterie máme znemožněno více ovládat stabilizaci v důsledku nemožnosti ovládání proudu plazmatem, který stojí za generováním poloidálního magnetického pole nutného pro stabilizaci plazmatu. V následující kapitole se na tuto oblast zaměříme detailněji.



Obrázek 3.10: Model transformátorového jádra a namotaného primárního vinutí tokamaku Golem.

3.2.5 Základní parametry tokamaku GOLEM

Základní specifikace tokamaku GOLEM	
Velký poloměr komory	$R = 0,4m$
Malý poloměr komory	$r = 0,1m$
Poloměr plazmatu (limiterový)	$a = 0,085m$
Toroidální magnetické pole	$B_t \approx 0,3T$
Počet cívek generující B_t	$N = 28$
Proud plazmatem	$I_p \approx 1kA$
Délka výboje	$\tau \approx 10ms$
Centrální elektronová teplota	$T_e \approx 40eV$
Tlak pracovního plynu	$10mPa \leq p_{H_2} \leq 200mPa$
Safety faktor na okraji plazmatu	$q \approx 15$

Tabulka 3.1: Tabulka základních parametrů tokamaku GOLEM

Kapitola 4

Generování proudu plazmatem I_p na tokamaku GOLEM

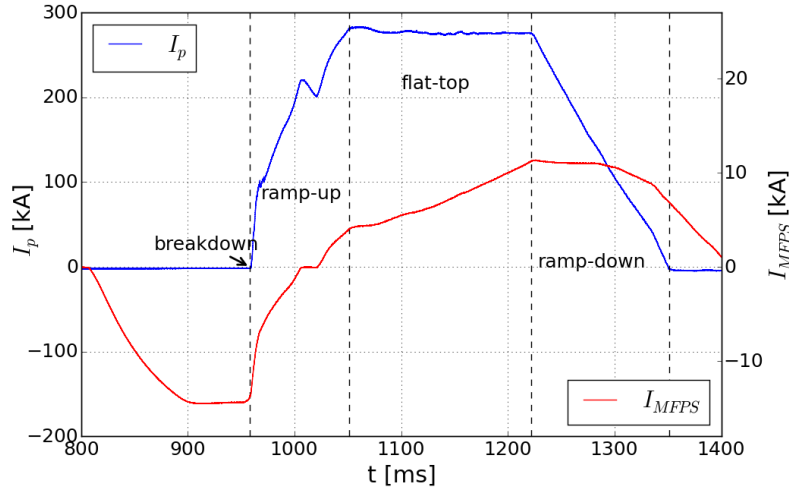
4.1 Motivace stabilizace proudu plazmatem na tokamaku GOLEM

Nedílnou součástí každého tokamaku je indukování proudu plazmatem potřebné nejen jako jeden z možných ohřevů plazmatu v podobě ohmického ohřívání, ale také jako důležitý prvek stabilizace v podobě generování poloidálního pole B_p . K takovému provozu je zapotřebí nemalé množství energie a běžné experimentální tokamaky musí být napájeny buď přímo ze sítě v podobě přívodu vysokého napětí, nebo pomocí velkých setrvačníků.

Během experimentů na tokamakcích má optimální průběh proudu plazmatem tvar tzv. **flat-topu**. To znamená, že po počátečním nárustu proudu neboli náběhové části se následně udržuje indukovaný proud v plazmatu na konstantní hodnotě až do ukončení výboje (v ideálním případě). Konstatní hodnota proudu plazmatem zajišťuje neměnné podmínky v tokamacích z hlediska stability a samotného udržení plazmatu. Lze tak předejít například různým MHD nestabilitám, nebo alespoň omezit jejich vliv na průběh výboje.

U velkých tokamaků je časový průběh proudu plazmatem nejčastěji řízen pomocí proměnlivého proudu v cívkách poloidálního pole, někdy také ve vinutí centrálního solenoidu (Vzduchové jádro místo kovového pro eliminaci neschopnosti indukování proudu v důsledku nasycení kovového jádra). Pro ukázkou takového průběhu proudu plazmatem a dosažení flat-top konfigurace využijeme naměřených dat vyobrazených na přiloženém obrázku 4.1 z tokamaku **COMPASS** dostupné z [18].

Předdefinovaný průběh proudu tekoucí v cívkách poloidálního pole (někdy také označováno jako magnetizační pole) je označován jako I_{MFPS} (Magnetising Field Coils a jejich napájení je označováno MFPS - Magnetising Field Power Supply).



Obrázek 4.1: Ukázka dosažení flat-top průběhu na tokamaku COMPASS s předdefinovaným proudem I_{MFPS} v primárním vinutí a vzniklým indukovaným proudem plazmatem I_p jako sekundárním vinutí. Převzato z [18].

Z přiloženého obrázku 4.1 můžeme vidět, že napájecí proud I_{MFPS} jde zpočátku do záporných hodnot. To je z důvodu maximálního rozsahu proudu potřebné pro zajištění dostatečné změny potřebné pro generování indukovaného proudu v plazmatu na dostatečně dlouho. Po dosažení hodnoty proudu přibližně -150kA se přibližně 50ms počká a následně dojde k prudkému nárustu proudu v primárním vinutí. Tento bod výboje je označován jako **breakdown**. Do tohoto bodu zůstává proud plazmatem I_p na nulové hodnotě, protože se jedná pouze o přípravnou fázi před samotným výbojem.

Od doby breakdownu do přibližně 1000ms dochází k nárustu proudu na I_{MFPS} a také k nárustu proudu plazmatem I_p . Zde je další význačný bod výboje, protože proud na I_{MFPS} se blíží k nulové hodnotě a bude zde docházet k přepolování. Lze se povšimnout, že proud na I_{MFPS} je chvíli na nulové hodnotě. Proud plazmatem I_p se pohybuje přibližně okolo 200kA. Nulový proud na I_{MFPS} je z důvodu krátké latence tyristorového měniče, který zajistí pokračování napájení s původní polaritou (tj. částice plazmatu nebudou v důsledku přepolování urychlovány opačným směrem což by mělo za následek selhání výboje). Poté opět dochází k nárustu proudu na I_{MFPS} přibližně do doby 1050ms, kde je další význačný bod. Během této doby dochází opět k nárustu proudu plazmatem přibližně na hodnotu okolo 290kA. Fázi od doby breakdownu do přibližně 1050ms je označena jako **ramp-up**.

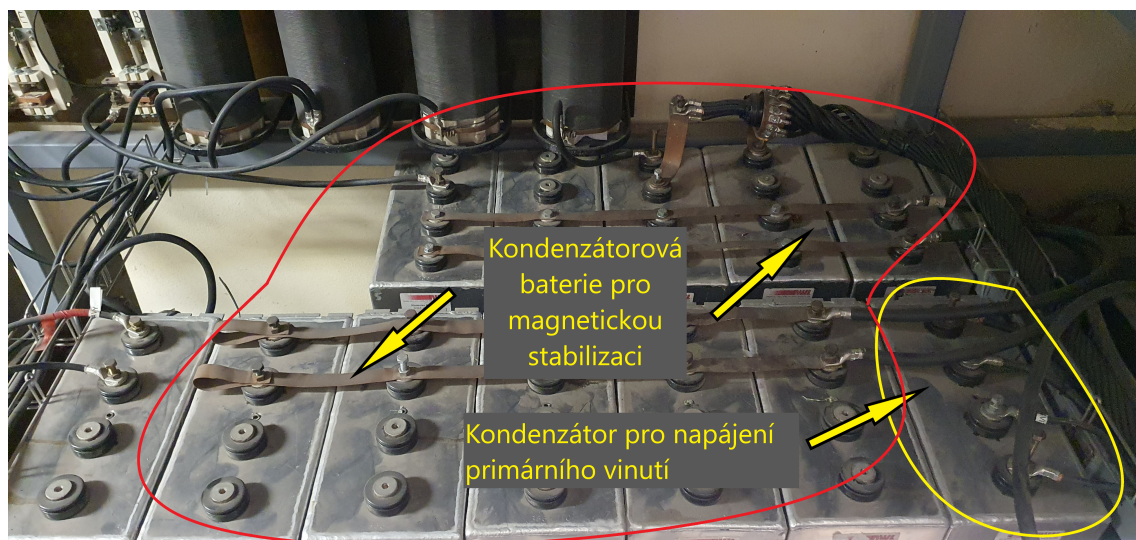
Po dosažení hodnoty ramp-up dochází k dalšímu nárustu proudu na I_{MFPS} , ale změna proudu je řádově nižší a navíc má lineární charakter přibližně do doby okolo 1220ms, kdy dosáhneme maximálního proudu na I_{MFPS} okolo 120kA. V tomto časovém okně se již proud plazmatem I_p nezvyšuje a je udržován na své přechodné hodnotě okolo 290kA. Zde dochází k již zmiňovanému průběhu výboje známé jako **flat-top**.

Po dosažení maximální hodnoty proudu v poloidálních cívkách není magnetizační vinutí schopné dodat plazmatu dostatečný magnetický tok, který je dán změnou proudu v tomto vinutí. Dochází ke ztrátě stability proudu plazmatem a k poklesu proudu v poloidálních cívkách a výboj je postupně ukončen. Tuto fázi výboje ozna-

čujeme jako **ramp-down**.

V případě tokamaku COMPASS se jedná o napájení pomocí setvačnicků. Potřebný proud v poloidálních cívkách zajišťuje komplikovaný řídicí obvod, který se skládá ze sestavy tyristorů a odporů, které dokáží tvarovat průběh proudu ze setravačnickového zdroje.

V případě tokamaku **GOLEM** je způsob napájení zcela odlišný. Jak už víme, tak hlavní misí tokamaku GOLEM je převážně vzdělávání studentů v oblasti termojaderné fúze a fyziky tokamaků. Aby byl tokamak GOLEM maximálně přístupný studentům, tak bylo zapotřebí snížit jeho provoz na minimum. Proto byl volen v minulosti způsob napájení pomocí silné transformátorové baterie viz obrázek 4.2, která byla schopna dodat dostatečné množství energie ke klíčovým komponentům. Mezi tyto klíčové komponenty řadíme jednak napájení toroidálních cívek potřebných pro magnetickou stabilizaci a jednak pro napájení primárního vinutí potřebného pro indukování proudu plazmatem prostřednictvím transformátorovým jádrem.



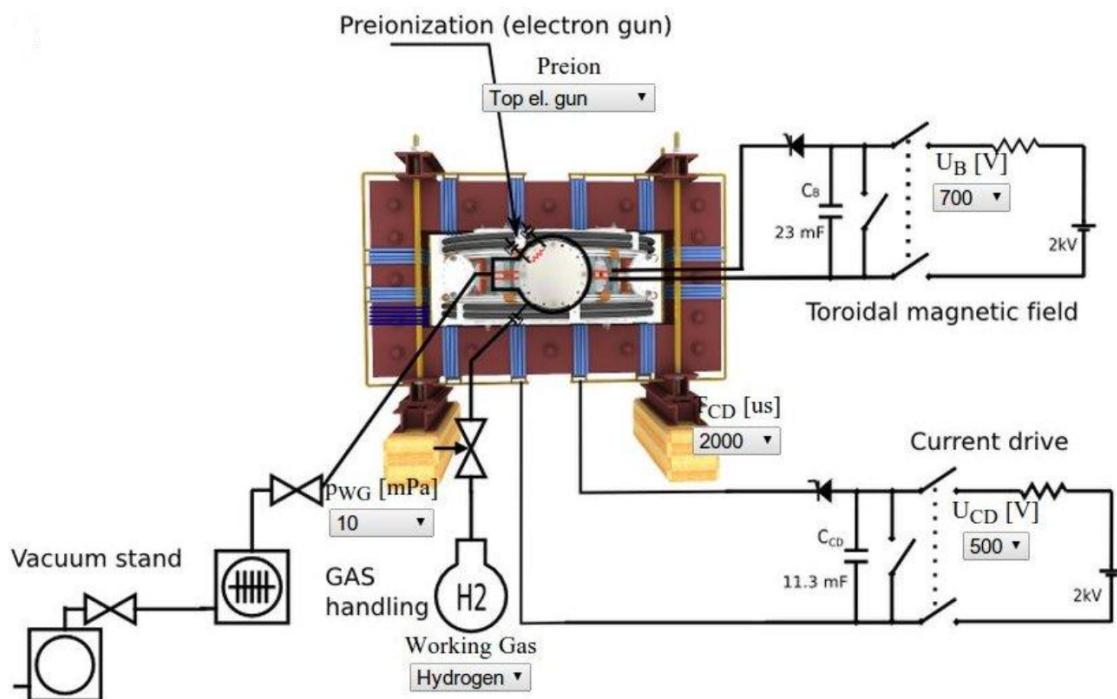
Obrázek 4.2: Ukázka transformátorové baterie tokamaku GOLEM. Převzato z [19].

Mezi zásadní výhody provozu tokamaku pomocí transformátorové baterie je dosažení velkých energií bez nutnosti přídavného vedení vysokého napětí ze sítě s čímž se váží jistá povolení, která by mohla omezit provoz tokamaku, ale také hlavně levný a poměrně spolehlivý provoz.

Nevýhodou kondenzátorů obecně je jejich nekontrolované vybití, které má zásadní vliv na průběh výboje tokamaku. Křivka vybíjení kondenzátorové baterie je pevně dána parametry RLC obvodu. Mezi tyto zásadní parametry jak je již patrné z názvu bezprostředně patří odpor R , indukčnost L a kapacita C .

V případě tokamaku GOLEM je obvod primárního vinutí (Current drive) viz 4.3 velmi podobný idealizovanému RLC obvodu viz obrázek 4.3. Do jisté míry budeme schopni napájecí obvod primárního vinutí tokamaku Golem tímto idealizovaným RLC obvodem aproximovat. Napájecí obvod primárního vinutí se skládá z primárních cívek, kondenzátorové baterie, která je spouštěna tyristorem a obvodu pro sa-

motné napájení společně se zkratovacím obvodem. Jediné co zde chybí, ale bude nutné započítat je nějaký celkový odpor napájecího obvodu, který bude třeba zjistit.

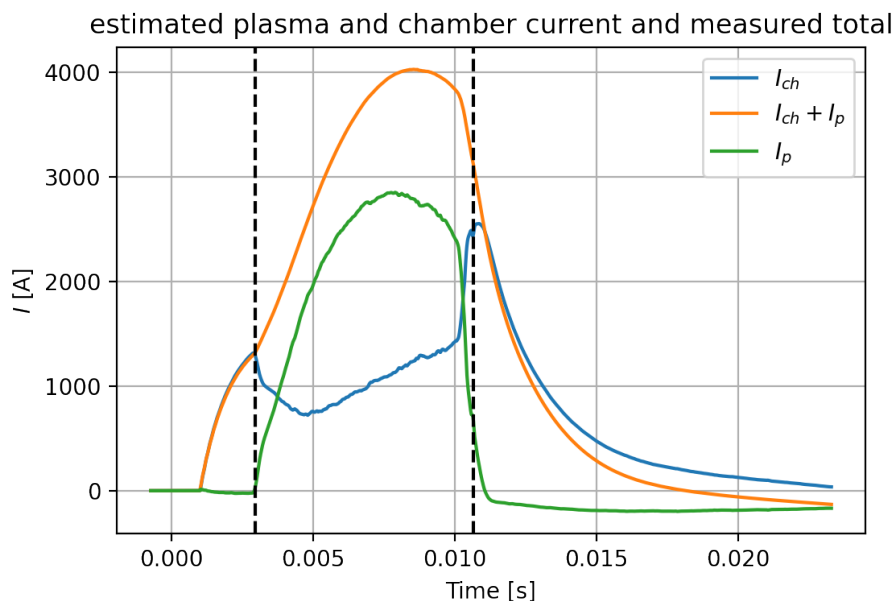


Obrázek 4.3: Digitální prostředí Control room tokamaku GOLEM. Převzato a upraveno z [20].

Pro ukázkou aktuálního průběhu proudu I_p plazmatem na tokamaku Golem využijeme výboje číslo 42034 dostupného z [21]. Naměřené hodnoty jednotlivých veličin jsou znázorněny na následujícím obrázku 4.4.

Ze vzorové ukázky na obrázku 4.4 lze vidět, že proud I_p má přibližně sinusový charakter, resp. má tvar první jeho půlnovy. Tento specifický průběh je dán vybíjením kondenzátoru do primárního vinutí a následným naindukováním proudu v plazmatu. Čeho si lze také povšimnout, že část část magnetického indukčního toku generovaného primárním vinutím tokamaku se spotřebuje na indukování proudu komorou I_{ch} .

Abychom dosáhli na tokamaku GOLEM podobného průběhu jako například na již zmiňovaném tokamaku COMPASS, tak je zapotřebí současný indukovaný proud plazmatem I_p vyrovnat na nějaký časový okamžik na konstantní hodnotu tedy dosáhnout **flat-top** konfigurace proudu plazmatem I_p jako jsme již viděli na obrázku 4.1.



Obrázek 4.4: Ukázka naměřeného proudu protékajícího komorou I_{ch} a proudu plazmatem I_p v závislosti na čase na tokamaku GOLEM z výboje číslo 42437. Převzato a upraveno z [21].

4.2 Stabilizace proudu plazmatem na tokamaku GOLEM pomocí proudových zesilovačů

Jako nadějný způsob řešení se ukazuje řešení pomocí implementace přídavného obvodu obsahující druhé nezávislé primární vinutí na transformátorové jádro GOLEMA, které by současný vývoj proudu plazmatem byl schopen vyrovnat na požadované hodnoty. U moderním experimentálních tokamaků se takového řešení využívá v podobě vyhlazovacích obvodů pro tvarování plazmatu. Podobného principu bychom chtěli využít na vyhlazení průběhu proudu plazmatem I_p . Tento obvod by byl napájen **proudovým zesilovačem**, který je schopen zesílit jakýkoli předem definovaný signál což patří mezi jeho výrazné výhody. Pro předdefinování průběhu bychom využili frekvenčního generátoru zapojeného přímo do zesilovače, kterému lze naprogramovat předem definovanou wave-formu. Zesilovač tento signál pouze mnohonásobně zesílí a pošle do přídavného vinutí na transformátorovém jádře. Další výhodou je možnost zapojit více takových zesilovačů seriově nebo paralelně (závisí zda-li chceme maximalizovat proud nebo napětí) a tak docílit potřebného výkonu. Ukázka zesilovače KEPCO je na obrázku 4.5.

Důležité je zmínit, že se jedná pouze o hypotetický způsob řešení a nikoli o prokázaný koncept. Proto je nutné před samotnou implementací tohoto způsobu řešení na tokamak GOLEM nejdříve dokázat pravdivost a hlavně funkčnost tohoto řešení jiným než přímým implementováním na samotný tokamak, protože se jedná o poměrně finančně nákladný projekt. Toto ověření proběhne pomocí konstrukce na tzv. **Table-top experimentu**, který by danou situaci měl do jisté míry simulovat ve zmenšené laboratorní verzi s využitím dostupných laboratorních zařízení a jednoho testovacího proudového zesilovače. Dané měření bude třeba podložit příslušným ide-

alizovaným numerickým řešením rovnic popisující daný elektrický systém a dojde k porovnání těchto dat. To je z důvodu abychom dokázali předpovídat chování v systému v závislosti na změně parametrů v obvodu, nebo poslané wave-formy do zesilovače.

Pokud bude tento způsob řešení úspěšně prohlášen za funkční v table-top verzi, tak poté proběhnou potřebné výpočty pro zakoupení příslušných technologií a proběhne implementace na samotný tokamak GOLEM. V opačném případě, pokud se prokáže neúspěch této metody stabilizace, tak bude potřeba hledat možné konstrukční nebo fyzikální chyby a přemýšlet o jejich eliminaci, nebo bude potřeba přijít s jiným možným řešením této problematiky.



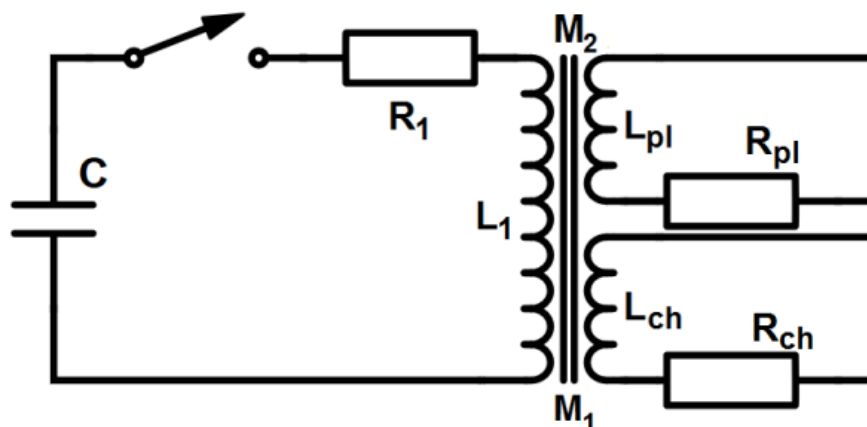
Obrázek 4.5: Ukázka proudového zesilovače KEPCO konfigurace 20V/20A. Tento zesilovač společně s dalšími mezi sebou propojenými slouží pro magnetickou stabilizaci na tokamaku GOLEM.

Kapitola 5

Tvorba Table-top experimentu

5.1 Výboj na tokamaku GOLEM

Výboj na tokamaku GOLEM lze popsat následujícím zjednodušujícím elektrickým schématem viz obrázek 5.1.



Obrázek 5.1: Elektrické schéma řízení výboje na tokamaku GOLEM. Převzato z [22].

Technické uspořádání je tvořeno jedním primárním a dvěma sekundárními obvody. V praxi dochází k rozložení energie z primárního vinutí do jednak indukování proudu plazmatem, ale také se část energie pohltí samotnou komorou tokamaku. K zabránění tohoto efektu jsou na komoře tokamaku Golem namontovány přídavné měděnné pláty, které do jisté míry tento efekt omezují. Zcela těmto ztrátám zabránit nejde a proto je nelze zanedbat.

Primární obvod tokamaku je tvořen cívkou o indukčnosti L_1 (říkáme primární vinutí tokamaku), charakteristickým odporem R_1 , spínačem a kondenzátorem (v případě tokamaku Golem kondenzátorovou baterií) o kapacitě C_1 a nabíjen na hodnotu napětí U_C . Spínač, který je vyobrazen na obrázku 5.1, je v praxi tvořen tyristorem.

První sekundární obvod vyjadřuje indukčnost plazmatu L_{pl} a charakteristickým odporem plazmatu R_{pl} . Je nutno podotknout, že plazma je tvořeno pouze jedním závitem na krátko sekundárního vinutí.

Druhý sekundární obvod vyjadřuje indukčnost samotné komory L_{ch} na kterou primární vinutí také působí a odvádí část svojí energie do této komponenty, která má také svůj odpor R_{ch} .

Transformátorové jádro spojující tyto všechny vinutí navzájem lze reprezentovat vzájemnou indukčností M_1 mezi primárním obvodem a komorou a vzájemnou indukčností M_2 mezi opět primárním obvodem a plazmatem.

Takový systém lze popsat **sadou diferenciálních tranformátorových rovnic** plynoucích z Kirchhoffových zákonů ve tvaru:

$$\begin{aligned} R_1 I_1 + L_1 \frac{dI_1}{dt} + U_C - M_1 \frac{dI_{ch}}{dt} - M_2 \frac{dI_{pl}}{dt} &= 0 \\ R_{ch} I_{ch} + L_{ch} \frac{dI_{ch}}{dt} + M_1 \frac{dI_1}{dt} &= 0 \\ R_{pl} I_{pl} + L_{pl} \frac{dI_{pl}}{dt} + M_2 \frac{dI_1}{dt} &= 0, \end{aligned} \tag{5.1}$$

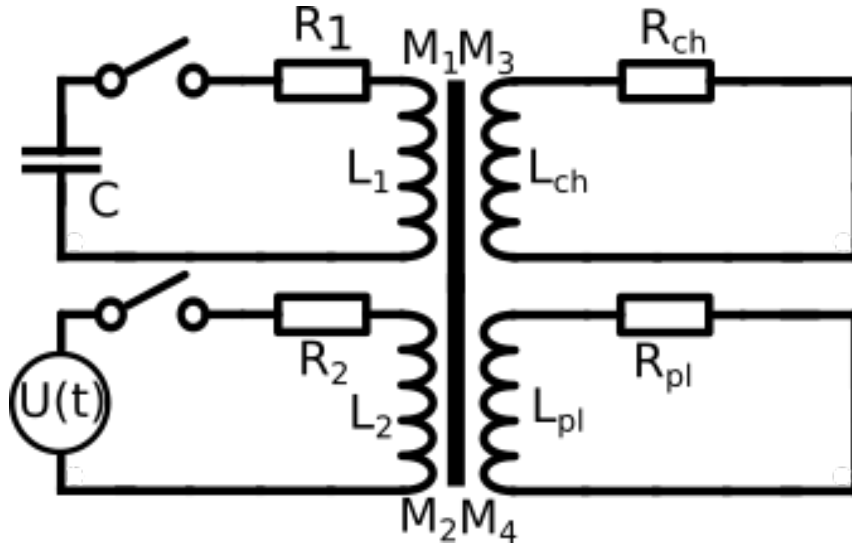
kde I_1 je proud protékající primárním obvodem s kondenzátorovou baterií, I_{ch} je proud indukovaný na stěně komory a I_{pl} je proud indukován v plazmatu. Znaménka u vzájemných indukčností můžeme odůvodnit jednak z Lenzova zákona a také ze zákona zachování energie. V případě první rovnosti, která reprezentuje primární obvod tokamaku GOLEM, se jedná o úbytek napětí v důsledku rozložení energie do dvou sekundárních obvodů bez zdrojů. V sekundárních obvodech se bude jednat o přírůstky napětí plynoucí z Lenzova zákona a tedy musí mít opačný směr. Zároveň také musí platit, že celková energie se musí zachovat, tedy musí být zajištěn zákon zachování energie. V našem případě je jediným zdrojem kondenzátorová baterie a proto musí být součet přírůstků a úbytků napětí v důsledku vzájemného indukování nulové.

Nutné je však zmínit, že výše uvedený systém zanedbává vzájemné působení komory a plazmatu, které by šlo charakterizovat jejich vzájemnou indukčností a také vliv tyristoru viz 4.3 v obvodu v reálném provozu tokamaku GOLEM, který má taky svoje zastoupení při vývoji samotného výboje. Proto nelze zapsat z rovnosti (5.1) rovnost, která by ukázala, že součet přírůstků a úbytků napětí je roven pouze napětí na kondenzátoru U_C .

Řešením těchto rovnic lze dostat přibližné průběhy proudů I_1 , I_{ch} a I_{pl} , které by měli přibližně odpovídat naměřeným hodnotám jako na obrázku 4.4.

5.2 Implementace proudového zesilovače do schématu výboje

Budoucí implementace proudového zesilovače do provozu tokamaku GOLEM se plánuje prostřednictvím extra vinutí na transformátorové jádro, které bude mít funkci sekundárního primárního vinutí. Takové schéma by mohlo vypadat jako na obrázku 5.2.



Obrázek 5.2: Elektrické schéma řízení výboje na tokamaku GOLEM s přidruženým primárním obvodem obsahující proudový zesilovač.

Na obrázku 5.2 je proudový zesilovač reprezentován jako dodatečný zdroj napětí $U(t)$ jako funkce času. Uvedené veličiny jsou stejné jako v případě 5.1, ale je zde navíc obvod s proudovým zesilovačem charakterizovaný indukčností L_2 cívky, celkovým odporem R_2 . Vystupují zde hned čtyři vzájemné indukčnosti. Vzájemnou indukčnost [23] lze definovat vztahem:

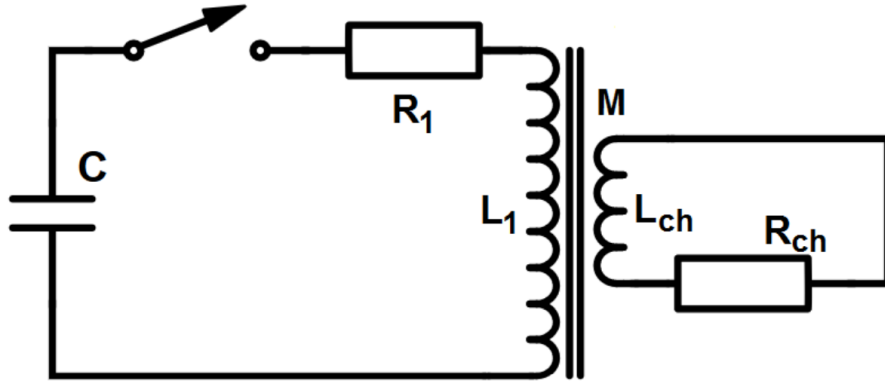
$$M = k \cdot \sqrt{L_i L_j}, \quad (5.2)$$

kde k je koeficient vazby jež může nabývat hodnot v intervalu $k \in \langle 0, 1 \rangle$ a L_i , L_j jsou indukčnosti cívek mezi kterými vzájemné působení uvažujeme. V případě našeho schématu na obrázku 5.2 jsou vzájemné indukčnosti rozděleny následovně: M_1 je působení mezi L_1 a L_{ch} , M_2 je působení mezi L_1 a L_{pl} , M_3 je působení mezi L_2 a L_{ch} a M_4 je působení mezi L_2 a L_{pl} . Působení mezi primáry a sekundáry zanedbejme. Příslušné vztahy pro vzájemné indukčnosti by stačilo pouze dosadit do vztahu 5.2.

Pro tento systém budou dané transformaátorové rovnice ještě složitější než v (5.1) a proto je zde nutné nejdříve provést nějaké zjednodušení a k tomuto poměrně obtížnému problému se dostat postupně. Toho lze docílit například zjednodušením v podobě **vakuového výboje**, který si popíšeme v další sekci.

5.3 Vakuový výboj

Budeme předpokládat výboj bez plazmatu. Takovou konfiguraci na tokamaku nazýváme tzv. **Vakuový výboj**, kdy se veškerá indukovaná energie uvolněná z kondenzátorové baterie naindukuje pouze na stěně samotné komory. Takové schéma lze vidět na obrázku 5.3



Obrázek 5.3: Elektrické schéma pro vakuový výboj tokamaku Golem a námět pro tvorbu první části tabletop experimentu. Převzato z [22]

Po tomto zjednodušení viz 5.3 dospějeme k následující značně jednodušší soustavě diferenciálních rovnic:

$$\begin{aligned} R_1 I_1 + L_1 \frac{dI_1}{dt} + U_C - M \frac{dI_{ch}}{dt} &= 0 \\ R_{ch} I_{ch} + L_{ch} \frac{dI_{ch}}{dt} + M \frac{dI_1}{dt} &= 0. \end{aligned} \quad (5.3)$$

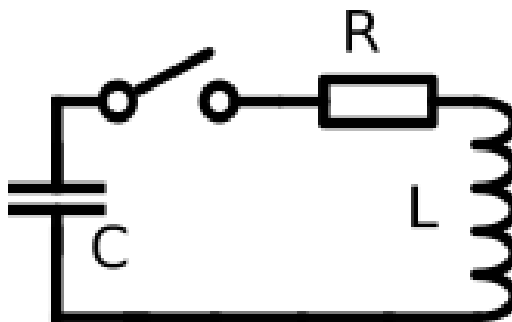
Soustava se nám z původně ze 3 rovnic (5.1) redukovala a pouhé dvě rovnice (5.3). Mezi další výhody patří fakt, že není zapotřebí počítat se změnou odporu plazmatu během výboje, tedy všechny veličiny popisující náš systém (5.3) lze považovat za konstanty, což napomůže konstrukci table-top experimentu tak i příslušnému numerickému řešení.

Pro ještě větší zjednodušení a ověření funkčnosti první části konstrukce laboratorního modelu zvolíme redukci na pouhý RLC obvod bez transformátorového jádra a bez obvodu reprezentujícího komoru. Tuto aproximaci zvolíme z důvodu, že pro samotný RLC obvod bez zdrojů existuje analytické řešení. To je výhodné jednak pro ověření funkčnosti první fáze konstrukce numerického řešení a jednak pro porovnání naměřených dat z laboratorního modelu. Z naměřených dat z laboratorního modelu na základě znalosti analytického řešení lze také dobře odhadnout parametry daného použitého obvodu a udělat tak předpověď v jakých časových rozmezích se budeme pohybovat.

5.4 1. fáze konstrukce table-top experimentu

Každou fázi konstrukce vždy rozdělíme do několika částí mezi které bude vždy patřit příslušné numerické řešení daného elektrického schématu a k němu vždy jeho laboratorní verze reprezentující vždy danou fázi a následně dojde k porovnání naměřených dat z table-top experimentu s numerickým modelem. V této fázi bude jedna výjimka a to již zmíněno i analytické řešení RLC obvodu, které lze poměrně snadno určit.

V této fázi jak již bylo řečeno se budeme zabývat nejjednodušší verzí a to klasickým RLC obvodem bez zdrojů, který lze vidět na obrázku 5.4.



Obrázek 5.4: Elektrické schéma pro klasický RLC obvod bez zdrojů

5.4.1 Analytické řešení RLC

Pouze v této fázi konstrukce table-top experimentu jsme schopni nalézt analytické řešení, protože v každé další fázi konstrukce bude nalezení analytického řešení komplikovanější a je možné, že ani neexistuje. Na obrázku 5.4 jsou dané součástky zapojeny sériově. Pro sériově zapojení platí, že celkové napětí $U_{celk.}$ je rovno součtu napětí na všech součástkách, tedy platí vztah:

$$U_{celk.} = U_R + U_L + U_C, \quad (5.4)$$

kde U_R je napětí na rezistoru, U_L napětí na cívce a U_C je napětí na kondenzátoru. V našem případě bude součet napětí roven nule, protože náš obvod je bez přídavných zdrojů a bude platit rovnost:

$$U_R + U_L + U_C = 0. \quad (5.5)$$

Nyní je třeba stanovit čemu jsou rovny jednotlivá napětí na daných součástkách a na jakých jsou závislých parametrech, lze se dočíst v [24]. Všechny zmíněná napětí jsou funkcemi času a jsou rovny:

$$\begin{aligned} U_R(t) &= R \cdot I(t) \\ U_L(t) &= L \cdot \frac{dI(t)}{dt} \\ U_C(t) &= \frac{1}{C} \int_0^t I(\tau) d\tau + U_C(0), \end{aligned} \quad (5.6)$$

kde R je odpor, L je indukčnost, C je kapacita, $U_C(0)$ je hodnota napětí nabitého kondenzátoru a $I(t)$ je hledaná funkce proudu závislá na čase.

Vztahy pro jednotlivá napětí (5.6) dosadíme do rovnice (5.5) a dostaneme rovnici:

$$R \cdot I(t) + L \cdot \frac{dI(t)}{dt} + \frac{1}{C} \int_0^t I(\tau) d\tau + U_C(0) = 0. \quad (5.7)$$

V rovnici (5.7) se jedná o diferenciální rovnici prvního řádu s počáteční podmínkou $I_0 = I(0) = 0$. Takovou rovnici lze řešit například pomocí Laplaceovy transformace [25]. Použití Laplaceovy transformace je výhodné, protože jednak převádí derivaci na násobení polynomem a jednak také, že po aplikaci na diferenciální rovnici zakomponuje i počáteční podmínky a navíc je vhodná pro řešení elektrických obvodů díky definičnímu oboru laplaceovy transformace, který je na intervalu $\langle 0, +\infty \rangle$ což odpovídá v obvodech času t který také plyne na stejném intervalu. Na rovnost (5.7) aplikujeme Laplaceovu transformaci:

$$R \cdot I(s) + L(sI(s) - I_0) + \frac{1}{C} \frac{I(s)}{s} + \frac{U_C(0)}{s} = 0, \quad (5.8)$$

kde $I(s)$ je laplaceův obraz $I(t)$, tj. $I(s) = \mathcal{L}[I(t)](s)$. Po přenásobení (5.8) proměnnou S , zakomponováním počáteční podmínky a vyjádření funkce $I(s)$ reprezentující Laplaceův obraz $I(s)$ funkce dostáváme:

$$I(s) = \frac{sI_0 - U_C(0)}{Ls^2 + Rs + \frac{1}{C}} \wedge I_0 = 0 \Rightarrow I(s) = \frac{-U_C(0)}{Ls^2 + Rs + \frac{1}{C}}. \quad (5.9)$$

Po Vytknutí indukčnosti L ze jmenovatele ze vztahu (5.9) a lehké úpravě výrazu převedeme rovnost na následující výraz:

$$I(s) = \frac{-U_C(0)C \frac{1}{LC}}{s^2 + 2 \cdot \frac{R}{2L}s + \frac{1}{LC}}. \quad (5.10)$$

Do (5.10) lze zavést známé fyzikální veličiny reprezentující chování v obvodu jako:

$$\begin{aligned} \delta &= \frac{R}{2L} \\ \omega_0 &= \frac{1}{\sqrt{LC}} \\ \omega &= \sqrt{\omega_0^2 - \delta^2}, \end{aligned} \quad (5.11)$$

kde δ je dekrement útlumu, ω_0 je vlastní frekvence (Thompsonův vztah) a ω úhlová frekvence. Dosazením (5.11) do (5.10) dostáváme vztah:

$$I(s) = -U_C(0)C \frac{\omega_0^2}{s^2 + 2\delta s + \omega_0^2}. \quad (5.12)$$

Nyní bychom ideálně chtěli najít nějakou vhodnou tabulkovou hodnotu vzoru pro náš laplaceův obraz, resp. aplikovat inverzní laplaceovu transformaci. Z materiálu [25] se nabízí vztah:

$$\mathcal{L}[e^{-\alpha t} \sin \beta t](s) = \frac{\beta}{(s + \alpha)^2 + \beta^2}, \quad (5.13)$$

kde α a β jsou konstanty. Vztah (5.12) lze převést do požadovaného tvaru pro (5.13) pomocí série úprav jako úprava na čtverec, doplnění chytré jedničky do čitatele, které zajistí převedení výrazu (5.12) do požadovaného tvaru následovně:

$$\begin{aligned}
 I(s) &= -U_C(0)C \frac{\omega_0^2}{s^2 + 2\delta s + \omega_0^2} = I(s) = -U_C(0)C \frac{\omega_0^2}{\underbrace{s^2 + 2\delta s + \delta^2}_{(s+\delta)^2} - \underbrace{\delta^2}_{\omega^2} + \omega_0^2} = \\
 &= -U_C(0)C \frac{\omega_0^2}{(s+\delta)^2 + \omega^2} = -U_C(0)C \frac{\overbrace{\omega_0^2 - \delta^2}^{\omega^2} + \delta^2}{(s+\delta)^2 + \omega^2} = \\
 &= -U_C(0)C \frac{\omega^2 + \delta^2}{\omega} \cdot \frac{\omega}{(s+\delta)^2 + \omega^2}.
 \end{aligned} \tag{5.14}$$

Nyní na rovnost (5.14) lze aplikovat inverzní laplaceovu transformaci a použít vztah (5.13) a tak dostaneme hledanou funkci $I(t)$:

$$\begin{aligned}
 I(s) &= \mathcal{L}[I(t)](s) = -U_C(0)C \frac{\omega_0^2 + \delta^2}{\omega} \cdot \frac{\omega}{(s+\delta)^2 + \omega^2} \\
 I(s) &= \mathcal{L}[I(t)](s) \xrightarrow{\mathcal{L}^{-1}} I(t) = -U_C(0)C \frac{\omega^2 + \delta^2}{\omega} \cdot e^{-\delta t} \sin \omega t.
 \end{aligned} \tag{5.15}$$

Aplikací inverzní laplaceovy transformace dostáváme z (5.15) vztah pro vývoj proudu $I(t)$ na čase t který je dán výsledným vztahem:

$$I(t) = -U_C(0)C \frac{\omega^2 + \delta^2}{\omega} \cdot e^{-\delta t} \sin \omega t. \tag{5.16}$$

Pro napětí na kondenzátoru využijeme jako výchozí vztah:

$$U_C(t) = \frac{Q(t)}{C}, \tag{5.17}$$

kde $Q(t)$ je funkce náboje vybíjeného z kondenzátoru v čase. Abychom byli schopni určit funkci napětí na kondenzátoru $U_C(t)$ tak potřebujeme určit funkci $Q(t)$. Tu lze určit z definice proudu, která je dána vztahem:

$$I(t) = \frac{dQ(t)}{dt}, \tag{5.18}$$

kde funkci $I(t)$ již známe z (5.16) a když rovnost (5.18) zintegrujeme, tak budeme schopni určit funkci náboje $Q(t)$ a následně i hledanou funkci napětí na kondenzátoru $U_C(t)$. Po integraci (5.18) dostáváme:

$$\underbrace{\int I(t) dt}_{\int -U_C(0)C \frac{\omega^2 + \delta^2}{\omega} \cdot e^{-\delta t} \sin \omega t dt} = Q(t) + c, \tag{5.19}$$

kde c je integrační konstanta, kterou lze zjistit z počáteční podmínky pro náboj v čase nula, tj. $Q(0) = C \cdot U_C(0)$. Nejdříve je však nutné spočítat ze vztahu (5.19) integrál levé strany rovnice. Na první pohled se může zdát vyřešit takový integrál jako komplikovaná záležitost, ale s využitím komplexní integrace použitím **Eulerova vzorce** $e^{ix} = \cos x + i \sin x$, kde i je imaginární jednotka, kdy výsledek naší integrace

bude roven imaginární složce výsledku komplexní integrace. Takovou integraci lze provést následovně:

$$\begin{aligned}
\int I(t) dt &= \int -U_C(0)C \frac{\omega^2 + \delta^2}{\omega} \cdot e^{-\delta t} \sin \omega t dt = -U_C(0)C \frac{\omega^2 + \delta^2}{\omega} \operatorname{Im} \left[\int e^{-\delta t} \cdot e^{i\omega t} dt \right] \\
&= -U_C(0)C \frac{\omega^2 + \delta^2}{\omega} \operatorname{Im} \left[\int e^{(i\omega - \delta)t} dt \right] = \\
&= -U_C(0)C \frac{\omega^2 + \delta^2}{\omega} \operatorname{Im} \left[\frac{e^{(i\omega - \delta)t}}{i\omega - \delta} \cdot \frac{i\omega + \delta}{i\omega + \delta} \right] = \\
&= -U_C(0)C \frac{\omega^2 + \delta^2}{\omega} \operatorname{Im} \left[\frac{e^{-\delta t} \cdot (\cos \omega t + i \sin \omega t) \cdot (i\omega + \delta)}{(i\omega)^2 - \delta^2} \right] = \\
&= -U_C(0)C \frac{\omega^2 + \delta^2}{\omega} \operatorname{Im} \left[\frac{e^{-\delta t} \cdot ((\delta \cos \omega t - \omega \sin \omega t) + i(\omega \cos \omega t + \delta \sin \omega t))}{(-1) \cdot (\omega^2 + \delta^2)} \right] = \\
&= U_C(0)C \cdot e^{-\delta t} \cdot \left(\cos \omega t + \frac{\delta}{\omega} \sin \omega t \right).
\end{aligned} \tag{5.20}$$

Nyní už jen zbývá výsledek vypočteného integrálu proudu (5.20) dosadit do (5.19) a pomocí počáteční podmínky $Q(0) = C \cdot U_C(0)$ nakalibrovat integrační konstantu c a tak spočítat funkci $Q(t)$. Po dosazení a započítání počáteční podmínky dostáváme hodnotu integrační konstanty:

$$U_C(0)C \cdot e^0 \cdot (1 + 0) = Q(0) + c \xrightarrow{Q(0)=C \cdot U_C(0)} c = 0. \tag{5.21}$$

Z nakalibrování integrační konstanty ze vztahu (5.21) můžeme napsat výslednou funkci $Q(t)$, která je dána vztahem:

$$Q(t) = U_C(0)C \cdot e^{-\delta t} \cdot \left(\cos \omega t + \frac{\delta}{\omega} \sin \omega t \right). \tag{5.22}$$

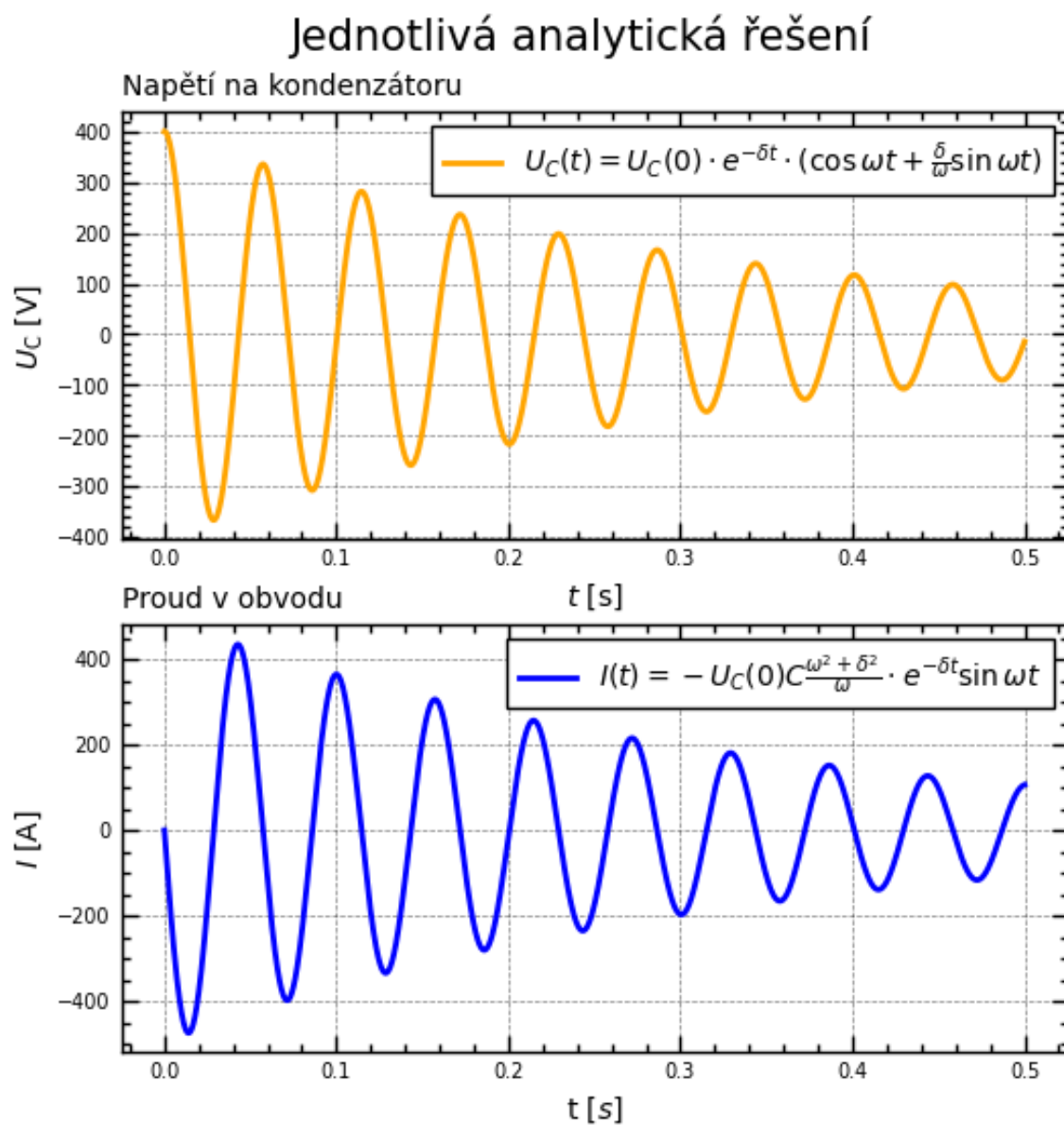
Dosazením (5.22) do vztahu (5.17) dostaneme hledanou funkci vývoje napětí $U_C(t)$ na kondenzátoru danou vztahem:

$$U_C(t) = U_C(0) \cdot e^{-\delta t} \cdot \left(\cos \omega t + \frac{\delta}{\omega} \sin \omega t \right). \tag{5.23}$$

Pro ukázkou využijeme hodnot charakterizujících primární obvod tokamaku GOLEM z [22]. Konkrétní hodnoty primárního obvodu tokamaku GOLEM jsou:

$$\begin{aligned}
R &= 45 \text{ m}\Omega \\
L &= 7.35 \text{ mH} \\
C &= 11.3 \text{ mF} \\
U_0 &= 400 \text{ V}.
\end{aligned} \tag{5.24}$$

Po dosazení parametrů (5.24) do rovnic (5.23) a (5.16) a vykreslení například pomocí Python (vzorový kód zde) dostáváme jednotlivé průběhy funkcí $U_C(t)$ a $I(t)$, které jsou k nahlédnutí na obrázku 5.5. Lze si povšimnout, že v obou případech se jedná o specifické harmonické průběhy, což bychom z [24] očekávali.



Obrázek 5.5: Ukázka analytických řešení RLC obvodu $U_C(t)$ a $I(t)$.

5.4.2 Numerické řešení RLC

V této sekci se zaměříme na numerické modelování obvodu z 5.4. Budeme vycházet ze stejných předpokladů, jako v odvození analytického řešení. Hlavním předpokladem bude, že obvod je bez zdrojů a dané součástky jsou zapojeny sériově. Pro takový obvod platí, že celkové napětí je rovno součtu dílčích napětí popsáno vztahem (5.5). Nyní lehce modifikujeme rovnici pro konstrukci numerického modelu, konkrétně pozměníme vztah pro definování napětí na kondenzátoru pomocí funkce náboje $Q(t)$ a tedy pro dílčí napětí bude platit:

$$\begin{aligned} U_R(t) &= R \cdot I(t) \\ U_L(t) &= L \cdot \frac{dI(t)}{dt} \\ U_C(t) &= \frac{Q(t)}{C}. \end{aligned} \quad (5.25)$$

Po dosazení (5.25) do (5.5) dostaneme rovnost:

$$R \cdot I(t) + L \cdot \frac{dI(t)}{dt} + \frac{Q(t)}{C} = 0 \quad (5.26)$$

Když tuto celou rovnost (5.26) ještě podělíme L a použijeme definici proudu, která je dána vztahem $I = \frac{dQ}{dt}$, tak dostaneme proudovou rovnici ve tvaru:

$$\frac{d^2Q(t)}{dt^2} + R \frac{dQ(t)}{dt} + \frac{1}{C}Q(t) = 0. \quad (5.27)$$

Nyní s využitím vztahů (5.11) převedeme rovnici (5.27) do elegantnějšího tvaru:

$$\frac{d^2Q(t)}{dt^2} + 2\delta \frac{dQ(t)}{dt} + \omega_0^2 Q(t) = 0. \quad (5.28)$$

Ve výše uvedené rovnici (5.28) se jedná o obyčejnou diferenciální rovnici druhého řádu s konstantními koeficienty s nulovou pravou stranou. Nyní bychom rádi výše upravenou rovnost řešili nějakou vhodnou numerickou metodou. Většina numerických metod je šita na míru rovnicím s první derivací. Mezi takové numerické metody můžeme řadit Eulerovu, nebo Runge-Kuttovy metody, které vyžadují tvar:

$$\begin{aligned} \frac{dy}{dt} &= f(t, y) \\ y(t_0) &= y_0, \end{aligned} \quad (5.29)$$

kde $y(t_0) = y_0$ je okrajová podmínka. Z toho důvodu je zapotřebí rovnost (5.28) převést na tvz. **kanonický tvar**, což se dělá pomocí triviální substituce zavedením

nové proměnné, která bude obsahovat první derivaci neznámé funkce a tak dojde ke snížení řádu. V našem případě (5.28) by snížení řádu proběhlo následovně:

$$\begin{aligned} q(t) &= \frac{dQ(t)}{dt} \\ \frac{dq(t)}{dt} &= -2\delta q(t) + \omega_0^2 Q(t) \\ Q(0) &= U_C(0) \cdot C \\ q(0) &= \frac{dQ(0)}{dt} = I(0) = 0, \end{aligned} \tag{5.30}$$

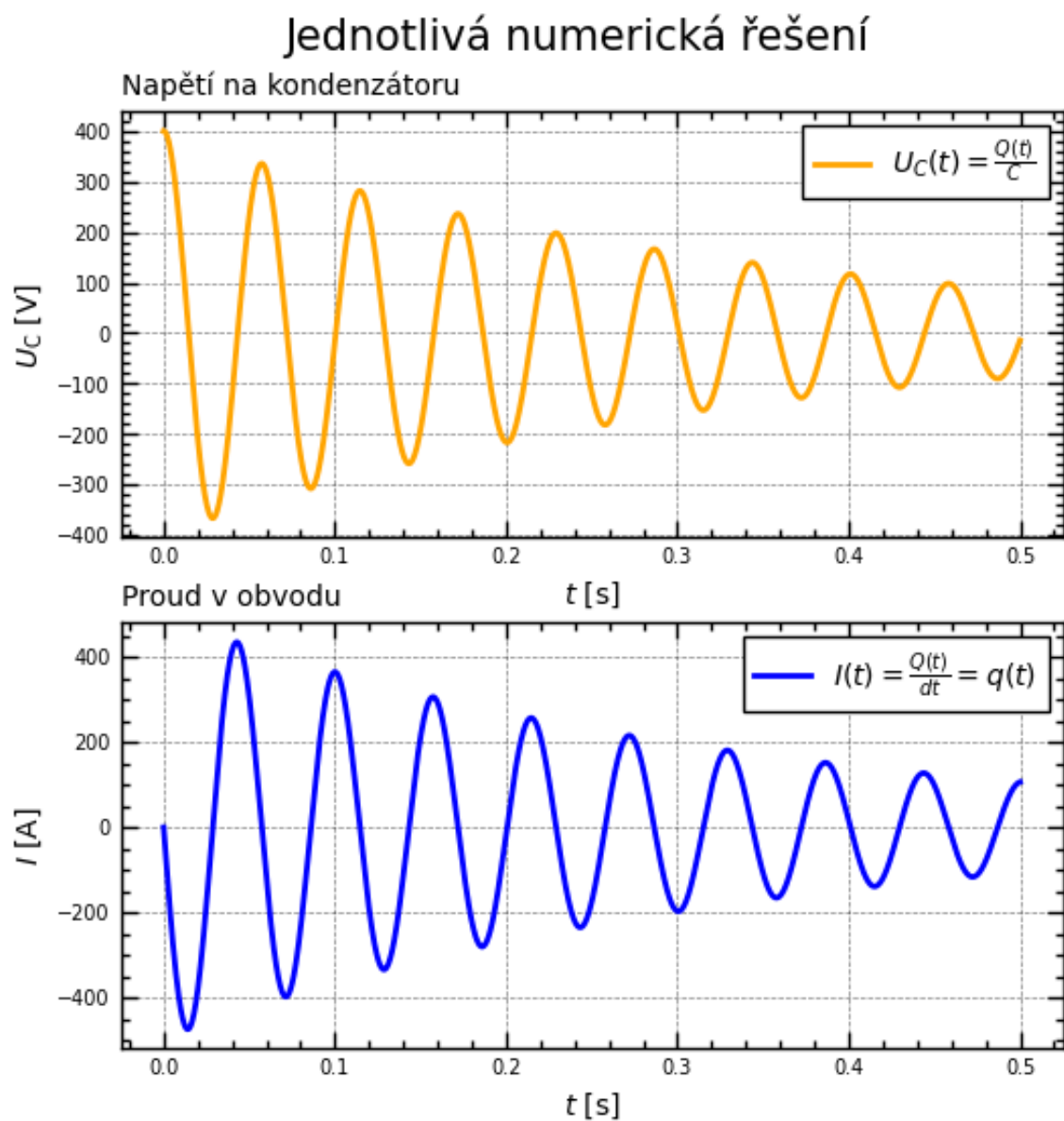
kde $Q(0)$ a $q(0)$ jsou příslušné počáteční podmínky. Pro řešení systému rovnic (5.30) využijeme knihovny Sci-Py v pythonu a využijeme Odeint solveru pro diferenciální rovnice. Výstupem modelu v pythonu budou funkce $q(t)$ a $Q(t)$. Hledané funkce dostaneme ze vztahů pro náboj následovně:

$$\begin{aligned} I(t) &= \frac{Q(t)}{dt} = q(t) \\ U_C(t) &= \frac{Q(t)}{C} \end{aligned} \tag{5.31}$$

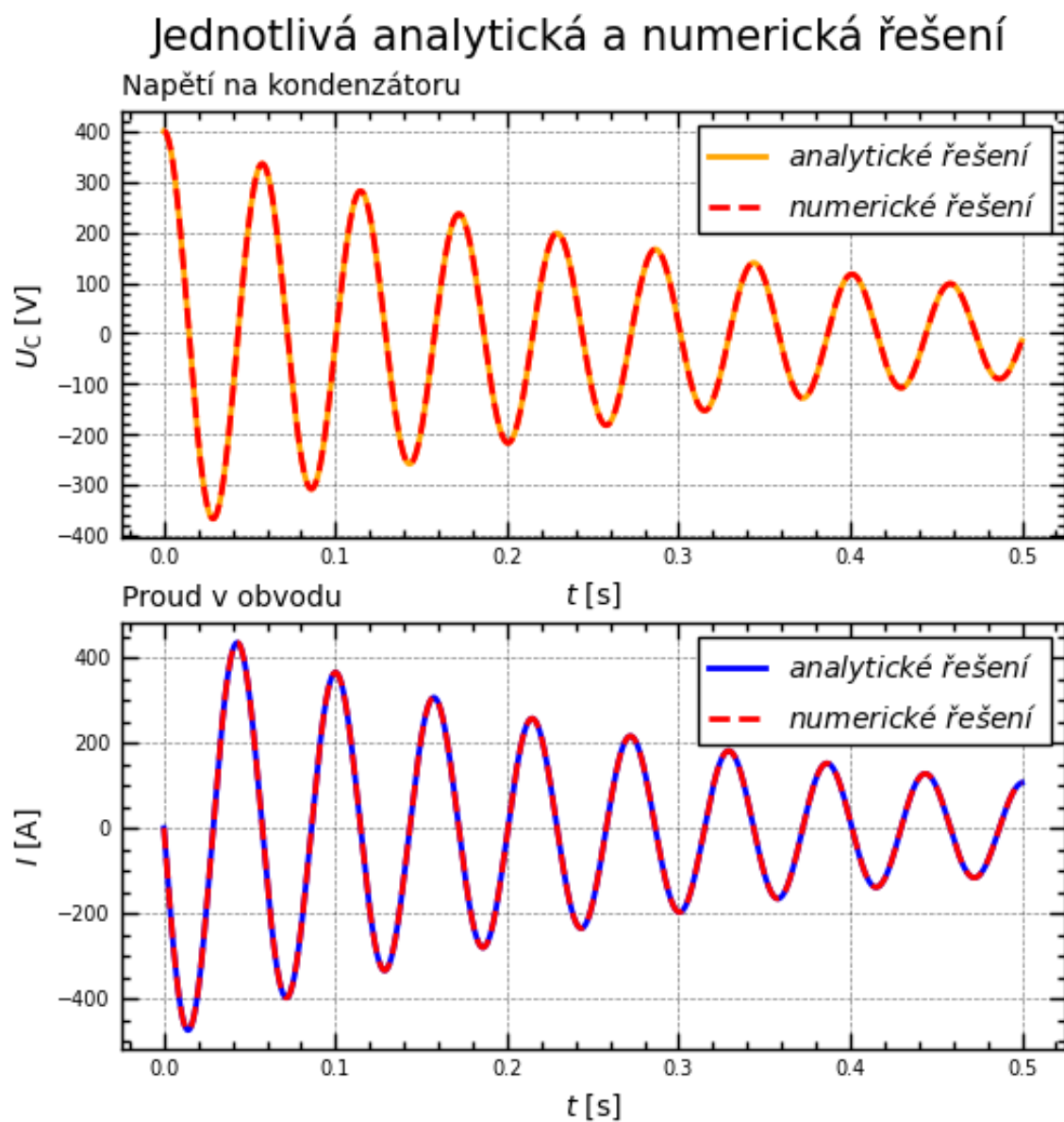
Po zavedení systému rovnic do pythonu a využití vztahů (5.31) dostáváme následující grafy $U_C(t)$ a $I(t)$, které lze vidět na obrázku 5.6. Pro vykreslení byli zvoleny totožné parametry (5.24) jako v případě analytického modelu. (vzorový kod zde).

Porovnání analytického a numerického řešení

Abychom prokázali správnost numerického řešení 5.6 tak jej porovnáme s analytickým řešením 5.5 pro stejnou volbu parametrů (5.24). Jednotlivá porovnání jsou k nahlédnutí na obrázku 5.7 (Vzorový kod zde). Z obrázku 5.7 lze vidět, že analytická a k nim příslušná numerická řešení se dokonale překrývají a lze tedy numerický model považovat za funkční.



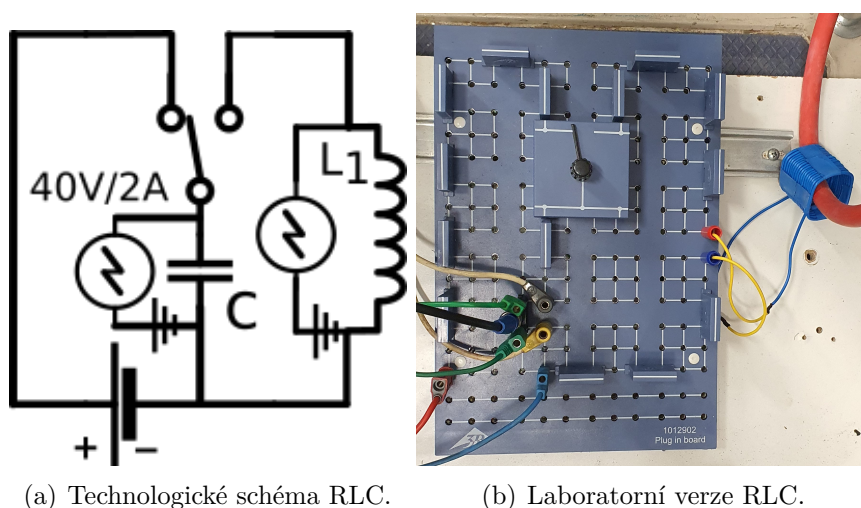
Obrázek 5.6: Ukázka numerických řešení RLC obvodu $U_C(t)$ a $I(t)$.



Obrázek 5.7: Srovnání analytického a numerického řešení pro funkce $U_C(t)$ a $I(t)$.

5.4.3 Laboratorní verze RLC

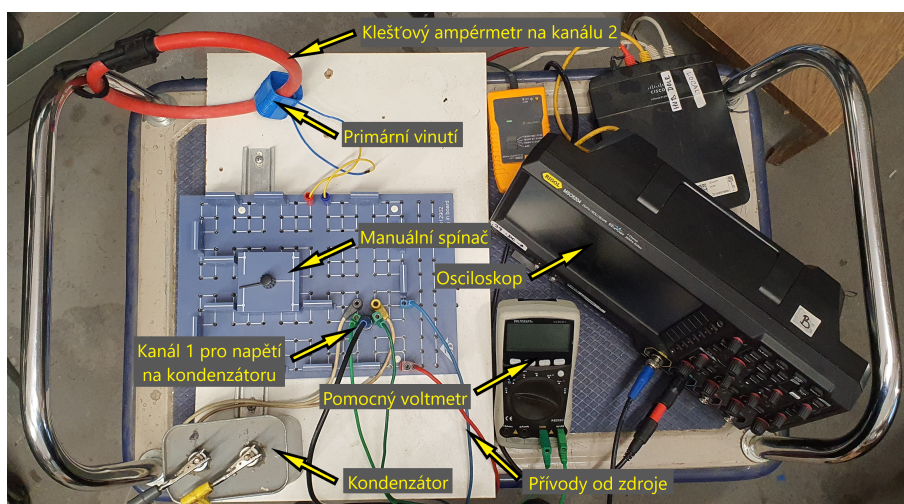
V první fázi konstrukce table-top experimentu začneme nejjednodušším RLC modelem. K tomu využijeme elektronické stavebnice Helago, která se ukazovala jako nejvhodnější co se přehlednosti týče. Jako spínač bylo využito prozatím manuálního spínače. Jako zdroj bylo využito programovatelného zdroje Rigol DP831A. Nakonec jako simulaci kondenzátorové baterie jsme využili kondenzátor o kapacitě $50\ \mu\text{F}$ a jako primární vinutí nám posloužil tenký drát ze kterého byla namotána cívka o 18 závitů o průřezu cívky odpovídajícímu laboratorní verzi transformátorového jádra, kterého využijeme v další fázi konstrukce. Vše bylo zaznamenáváno pomocí osciloskopu značky Rigol model MSO5204 a pro měření proudu bylo využito ampérmetru FLUKE i2000. Na obrázku 5.8 je porovnání mezi technologickým elektrickým schématem a jeho laboratorní implementací v podobě elektrické stavebnice Helago a dodatečných komponent. Výsledná konstrukce je na obrázku 5.9.



(a) Technologické schéma RLC.

(b) Laboratorní verze RLC.

Obrázek 5.8: Porovnání technologického schématu a laboratorní verze RLC obvodu.



Obrázek 5.9: Ukázka první fáze konstrukce table-top experimentu v podobě RLC obvodu.

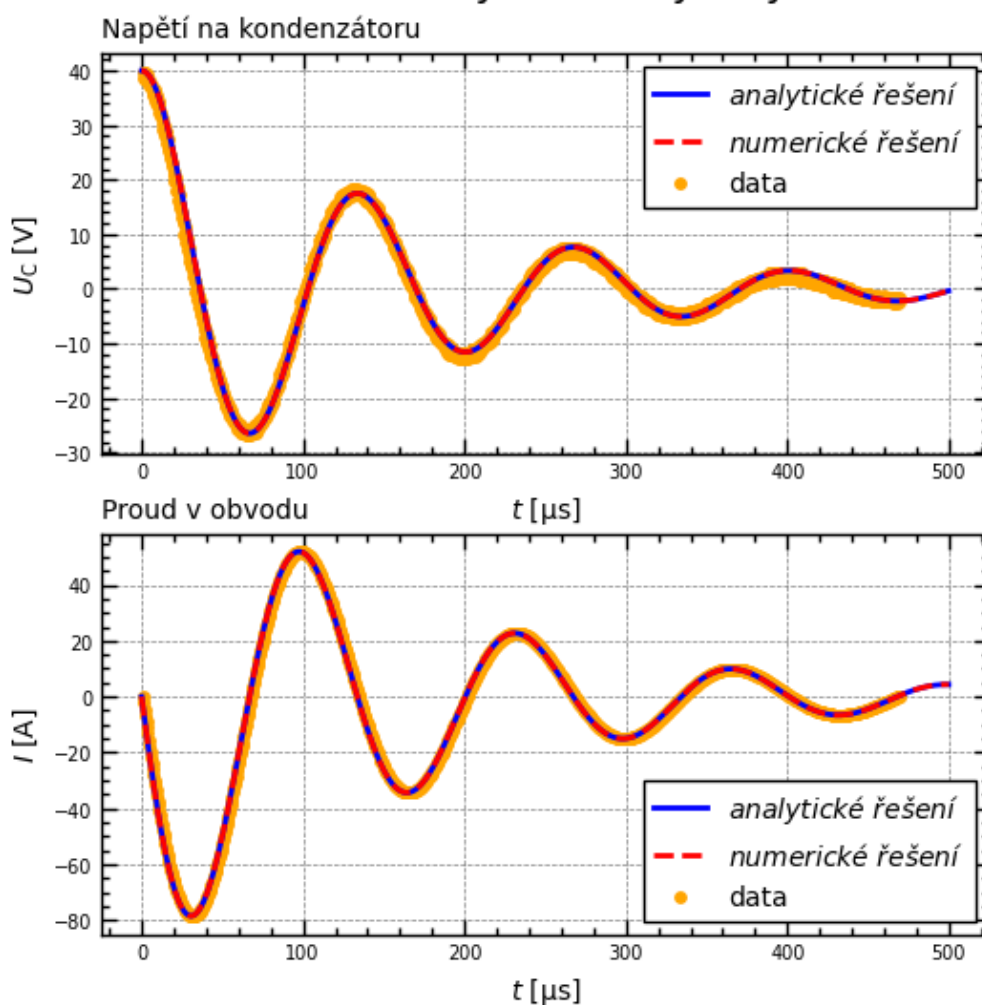
5.4.4 Porovnání Table-top s numerickým modelem

Ze zpracování naměřených dat jsme se dozvěděli přibližné parametry primárního obvodu, které vyšli:

$$\begin{aligned} R &= 0.11 \, \Omega \\ L &= 8.9 \, \mu\text{H} \\ C &= 50 \, \mu\text{F} \\ U_0 &= 40 \, \text{V}. \end{aligned} \tag{5.32}$$

Pro parametry (5.32) se nám analytické i numerické řešení překrývali společně s naměřenými daty, Výsledné průběhy jsou k nahlédnutí na obrázku 5.10 (Vzorový kod zde).

Porovnání dat s numerickým a analytickým řešením RLC



Obrázek 5.10: Porovnání dat RLC z table-top experimentu s numerickým a analytickým řešením.

5.5 2. fáze konstrukce table-top experimentu

V této sekci se zaměříme na již zmiňovaný zjedodušující model výboje tokamak GOLEM zvaný vakuový výboj popsáný v sekci vakuový výboj. Ze schématu 5.3 plyne z Kirchhoffových zákonů soustava diferenciálních rovnic (5.3), kterou si zde pro zopakování uvedeme ještě jednou a budeme soustavu převádět na vhodný tvar pro numerické řešení. Soustava pro schéma 5.1 je ve tvaru:

$$\begin{aligned} L_1 \frac{dI_1}{dt} + R_1 I_1 + U_C - M \frac{dI_{ch}}{dt} &= 0 \\ R_{ch} I_{ch} + L_{ch} \frac{dI_{ch}}{dt} + M \frac{dI_1}{dt} &= 0. \end{aligned} \quad (5.33)$$

5.5.1 Numerický model vakuového výboje

Soustava rovnic (5.33) obsahuje hned trojici neznámých funkcí $U_C(t)$ napětí na kondenzátoru, $I_1(t)$ proud v primárním vinutí a $I_{ch}(t)$ proud komorou reprezentující sekundární vinutí.

Proto v prvním kroku danou soustavu upravíme pomocí definice proudu $I = \frac{dQ}{dt}$. V primární obvodu označíme protékající náboj funkcí $Q(t)$ a náboj protékající sekundárním obvodem označíme jako $q(t)$.

Podle definice zavedeme napětí na kondenzátoru $U_C(t)$, proud primárním obvodem $I_1(t)$ a proud sekundárním obvodem $I_{ch}(t)$ následovně:

$$U_C = \frac{Q}{C}, \quad I_1 = \frac{dQ}{dt}, \quad I_{ch} = \frac{dq}{dt}. \quad (5.34)$$

Po dosazení výrazů (5.34) do soustavy (5.33) a vytknutí indukčností u nejvyšších derivací se nám soustava značně změní do tvaru:

$$\begin{aligned} \frac{d^2 Q}{dt^2} - \frac{M}{L_1} \frac{d^2 q}{dt^2} + \frac{R_1}{L_1} \frac{dQ}{dt} + \frac{Q}{L_1 C} &= 0 \\ \frac{d^2 q}{dt^2} + \frac{M}{L_{ch}} \frac{d^2 Q}{dt^2} + \frac{R_{ch}}{L_{ch}} \frac{dq}{dt} &= 0. \end{aligned} \quad (5.35)$$

Ze soustavy diferenciálních rovnic (5.35) je patrné, že jsme předchozím krokem soustavu převedli soustavu dvou diferenciálních rovnic prvního řádu se třemi neznámými funkcemi $U_C(t)$, $I_1(t)$ a $I_{ch}(t)$ na dvě diferenciální rovnice druhého řádu s neznámými funkcemi $Q(t)$ a $q(t)$. Z nově vzniklé soustavy (5.35) si lze povšimnout, že jednotlivé rovnice jsou neznámými funkcemi $Q(t)$ a $q(t)$ navzájem provázány, což budeme muset v dalších krocích vyřešit, protože tuto soustavu nelze řešit přímo nějakou numerickou metodou a triviální snížení řádu zde není možné jako v sekci s RLC obvodem pro rovnici (5.28). Protože se jedná o soustavu dvou diferenciálních rovnic s dvěma neznámými funkcemi, tak budeme potřebovat pro nalezení konkrétního řešení rovnou čtyři počáteční podmínky.

Počáteční podmínky pro neznámé funkce $Q(t)$ a $q(t)$ budou ve tvaru:

$$\begin{aligned} Q(0) &= C \cdot U_C \\ \dot{Q}(0) &= I_1(0) = 0 \\ q(0) &= 0 \\ \dot{q}(0) &= I_{ch}(0) = 0, \end{aligned} \quad (5.36)$$

kde tečka na funkci reprezentuje první časovou derivaci nábojové funkce a z definice víme, že se jedná o elektrický proud. Jak již bylo řečeno v předchozích úvahách, tak daná soustava diferenciálních rovnic je navzájem neznámými funkcemi propojena což má za následek, že nelze klasickým způsobem soustavu převést na nižší řád. V ideálním případě lze nalézt tvz. Kanonický tvar diferenciální rovnice, tj. osamostatnit nejvyšší derivaci od zbytku rovnice. V našem případě by kanonický tvar byl tvořen diferenciální rovnicí druhého řádu a příslušný kanonický tvar by vypadal $y'' = f(x, y, y')$. Pokud takový kanonický tvar lze najít, tak danou rovnici lze pomocí jednoduché substituce:

$$y = w_1, \quad \frac{dy}{dt} = \frac{dw_1}{dt} = w_2, \quad \frac{d^2y}{dt^2} = \frac{dw_2}{dt}, \quad (5.37)$$

převést na dvě rovnice prvního řádu ve tvaru:

$$\frac{d}{dx} \begin{pmatrix} w_1(x) \\ w_2(x) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} w_2 \\ f(x, w_1, w_2) \end{pmatrix}. \quad (5.38)$$

Touto jednoduchou redukcí na systém diferenciálních rovnic prvního řádu lze systém řešit běžnými numerickými metodami pro řešení obyčejných diferenciálních rovnic podobně jako v případě RLC obvodu. Bohužel v našem případě alespoň prozatím tuto redukcí (5.37) nelze provést kvůli již zmíněné provázanosti, tj. hledané funkce $Q(t)$ a $q(t)$ vystupují v obou rovnicích společně. Proto nelze najít kanonický tvar (5.38) a bude potřeba danou soustavu ještě upravit.

Tento problém lze vyřešit vhodným zavedením regulární transformace (substituce), která danou soustavu eliminuje od zmiňovaného nedostatku. Takovou substituci lze najít když v obou rovnicích (5.35) u členů s druhou derivací "vytkneme" tyto derivace následovně:

$$\begin{aligned} \frac{d^2}{dt^2} \underbrace{\left(Q - \frac{M}{L_1} q \right)}_w + \frac{R_1}{L_1} \frac{dQ}{dt} + \frac{Q}{L_1 C} &= 0 \\ \frac{d^2}{dt^2} \underbrace{\left(q + \frac{M}{L_{ch}} Q \right)}_w + \frac{R_{ch}}{L_{ch}} \frac{dq}{dt} &= 0, \end{aligned} \quad (5.39)$$

kde výrazy v závorkách jsou vhodná volba substituce redukování soustavy, kterou označíme novými funkcemi $W(Q(t), q(t))$ a $w(Q(t), q(t))$, které budou závislé na

substituovaných funkcích nábojů $Q(t)$ a $q(t)$. Tedy lze psát, že vhodná substituce je ve tvaru:

$$\begin{aligned} W &\equiv Q - \frac{M}{L_1}q = Q - Kq \\ w &\equiv q + \frac{M}{L_{ch}}Q = q + JQ, \end{aligned} \quad (5.40)$$

kde jsme označili $K = \frac{M}{L_1}$ a $J = \frac{L_{ch}}{M}$ jako pomocné konstanty. K této regulární transformaci potřebujeme i její inverzní zpětnou transformaci, kterou dosadíme do naší soustavy (5.39). Zpětnou transformaci lze dostat vyřešením soustavy rovnic pro neznámé funkce $Q(t)$, $q(t)$ ve tvaru:

$$\begin{pmatrix} 1 & -K \\ J & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} Q \\ q \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} W \\ w \end{pmatrix}. \quad (5.41)$$

Výše uvedenou soustavu (5.41) lze řešit například Cramerovým pravidlem [26]:

$$\begin{aligned} \Delta &= \begin{vmatrix} 1 & -K \\ J & 1 \end{vmatrix} = 1 + JK, \quad \Delta_1 = \begin{vmatrix} W & -K \\ w & 1 \end{vmatrix} = W + Kw, \quad \Delta_2 = \begin{vmatrix} 1 & W \\ J & w \end{vmatrix} = w - JW \\ Q &= \frac{\Delta_1}{\Delta} = \frac{W + Kw}{1 + JK}, \quad q = \frac{\Delta_2}{\Delta} = \frac{w - JW}{1 + JK}, \end{aligned} \quad (5.42)$$

kde Δ , Δ_1 a Δ_2 jsou determinanty potřebné pro Cramerovo pravidlo. Zpětná transformace je tedy ve tvaru:

$$Q = \frac{W + Kw}{1 + JK}, \quad q = \frac{w - JW}{1 + JK}. \quad (5.43)$$

Po provedení námi zvolené transformace z (5.43), provedením pár úprav, dosazením za K, J a vyjádřením nejvyšších derivací dostaneme rovnice ve tvaru:

$$\begin{aligned} \frac{d^2 W}{dt^2} &= -\frac{R_1}{L_1} \frac{1}{1 + JK} \frac{dW}{dt} - \frac{R_1}{L_1} \frac{K}{1 + JK} \frac{dw}{dt} - \\ &\quad - \frac{1}{L_1 C} \frac{1}{1 + JK} W - \frac{1}{L_1 C} \frac{K}{1 + JK} w \\ \frac{d^2 w}{dt^2} &= -\frac{R_{ch}}{L_{ch}} \frac{1}{1 + JK} \frac{dw}{dt} + \frac{R_{ch}}{L_{ch}} \frac{J}{1 + JK} \frac{dW}{dt}. \end{aligned} \quad (5.44)$$

Tento tvar (5.39) už lze snadno převést pomocí (5.37) na požadovaný kanonický tvar (5.38) vhodný pro aplikaci příslušné numerické metody. Zavedeme následující substituci:

$$\Omega_1 = W, \quad \Omega_2 = \frac{d\Omega_1}{dt} = \frac{dW}{dt}, \quad \Omega_3 = w, \quad \Omega_4 = \frac{d\Omega_3}{dt} = \frac{dw}{dt}. \quad (5.45)$$

Po aplikaci (5.45) dostaneme následující soustavu čtyřech diferenciálních rovnic prvního řádu, které jsou ve tvaru:

$$\begin{aligned}
 \frac{d\Omega_1}{dt} &= \Omega_2 \\
 \frac{d\Omega_2}{dt} &= -\frac{R_1}{L_1} \frac{1}{1+JK} \Omega_2 - \frac{R_1}{L_1} \frac{K}{1+JK} \Omega_4 - \\
 &\quad - \frac{1}{L_1 C} \frac{1}{1+JK} \Omega_1 - \frac{1}{L_1 C} \frac{K}{1+JK} \Omega_3 \\
 \frac{d\Omega_3}{dt} &= \Omega_4 \\
 \frac{d\Omega_4}{dt} &= -\frac{R_{ch}}{L_{ch}} \frac{1}{1+JK} \Omega_4 + \frac{R_{ch}}{L_{ch}} \frac{J}{1+JK} \Omega_2.
 \end{aligned} \tag{5.46}$$

Lze si povšimnout, že v (5.46) se opakuje ve více případech stejné výrazy a proto si zavedeme pomocné substituce ve tvaru:

$$\begin{aligned}
 K_1 &= \frac{1}{1+JK} \\
 K_2 &= \frac{K}{1+JK} \\
 K_3 &= \frac{J}{1+JK} \\
 \delta_1 &= \frac{R_1}{2L_1} \\
 \delta_{ch} &= \frac{R_{ch}}{2L_{ch}} \\
 \omega_{01} &= \frac{1}{\sqrt{L_1 C}},
 \end{aligned} \tag{5.47}$$

kde K_1 , K_2 , K_3 jsou konstanty a δ_1 je dekrement útlumu primárního obvodu, δ_{ch} je dekrement útlumu sekundárního obvodu a ω_{01} je vlastní frekvence primárního obvodu obdobně jako u RLC obvodu. S použitím (5.47) můžeme (5.46) přepsat a rovnou převést pro přehlednost do maticového tvaru následovně:

$$\frac{d}{dt} \begin{pmatrix} \Omega_1(t) \\ \Omega_2(t) \\ \Omega_3(t) \\ \Omega_4(t) \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ -\omega_{01}^2 K_1 & -2\delta_1 K_1 & -\omega_{01}^2 K_2 & -2\delta_1 K_2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 2\delta_{ch} K_3 & 0 & -2\delta_{ch} K_3 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \Omega_1(t) \\ \Omega_2(t) \\ \Omega_3(t) \\ \Omega_4(t) \end{pmatrix}. \tag{5.48}$$

Nyní už jen zbývá stavit počáteční podmínky pro (5.48) v řeči nových proměnných, které budou ve tvaru:

$$\vec{\Omega}(0) = \begin{pmatrix} \Omega_1(0) \\ \Omega_2(0) \\ \Omega_3(0) \\ \Omega_4(0) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} Q(0) - Kq(0) \\ I_1(0) - KI_{ch}(0) \\ q(0) + JQ(0) \\ I_{ch}(0) + JI_1(0) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} CU_C(0) \\ 0 \\ JCU_C(0) \\ 0 \end{pmatrix}. \tag{5.49}$$

Pro řešení soustavy rovnic (5.48) jsem použil opět knihovnu SciPy a funkci `Odeint` a tak našel konkrétní tvary řešení pro $\vec{\Omega}(0)$ (Vzorový kód zde). Nyní už zbývá pouze danou soustavu převést zpět do původních proměnných $Q(t)$ a $q(t)$ a to za pomoci již připravené (5.43) zpětné transformace souřadnic a vyřešením příslušné soustavy obdobně jako (5.41) dostaneme:

$$\begin{aligned} W = \Omega_1 &= Q - Kq, & K &= \frac{M}{L_1} \\ w = \Omega_3 &= q + JQ, & J &= \frac{M}{L_{ch}} \\ Q &= \frac{\Omega_1 + K\Omega_3}{1 + JK}, & q &= \frac{\Omega_3 - J\Omega_1}{1 + JK}. \end{aligned} \quad (5.50)$$

Po aplikaci zpětné transformace (5.50) v předchozím kroku už zbývá pouze zapsat výsledné tvary řešení našich hledaných fyzikálních funkcí. Konkrétně výslednou funkci vybíjení kondenzátoru $U_C(t)$, proud protékající tímto primárním obvodem $I_1(t)$ a nakonec indukovaný proud protékající sekundárním obvodem $I_{ch}(t)$. Využijme zde definice daných veličin (5.34) a zapíšeme je pomocí naiterovaných řešení z (5.45). Výsledná řešení jsou ve tvaru:

$$\begin{aligned} U_C(t) &= \frac{Q(t)}{C} = \frac{1}{C} \frac{1}{1 + JK} \Omega_1(t) + \frac{1}{C} \frac{K}{1 + JK} \Omega_3(t) \\ I_1(t) &= \frac{dQ}{dt} = \frac{1}{1 + JK} \frac{d\Omega_1(t)}{dt} + \frac{K}{1 + JK} \frac{d\Omega_3(t)}{dt} = \\ &= \frac{1}{1 + JK} \Omega_2(t) + \frac{K}{1 + JK} \Omega_4(t) \\ I_{ch}(t) &= \frac{dq}{dt} = \frac{1}{1 + JK} \frac{d\Omega_3(t)}{dt} - \frac{J}{1 + JK} \frac{d\Omega_1(t)}{dt} = \\ &= \frac{1}{1 + JK} \Omega_4(t) - \frac{J}{1 + JK} \Omega_2(t). \end{aligned} \quad (5.51)$$

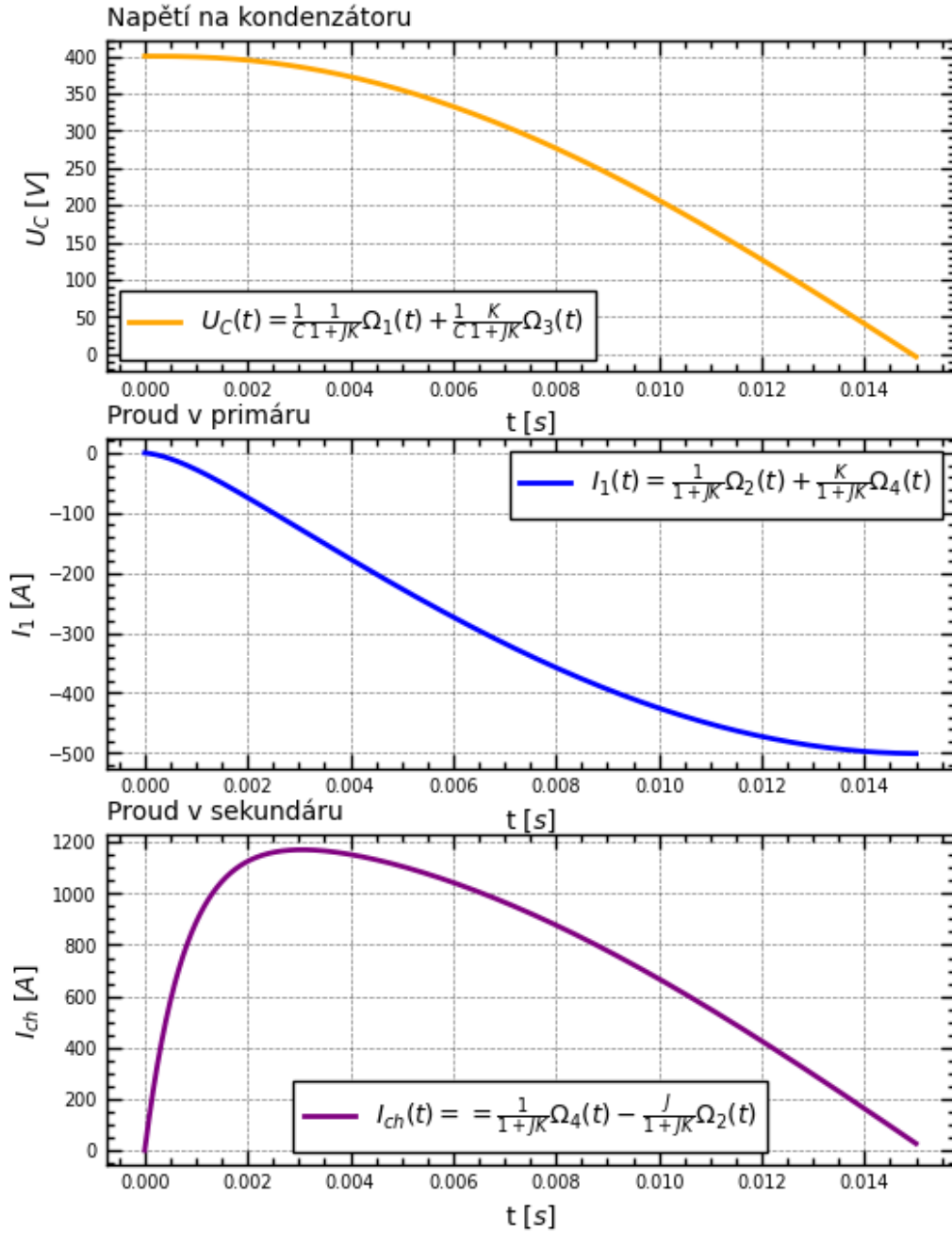
Pro vykreslení konkrétních řešení využijeme pro ukázkou parametry z [22] pro primární vinutí tokamaku GOLEM stejně jako u RLC a jako sekundární vinutí využijeme dostupně informace o parametrech vakuové komory reprezentující tento obvod:

$$\begin{aligned} R_1 &= 45 \text{ m}\Omega \\ L_1 &= 7.35 \text{ mH} \\ C &= 11.3 \text{ mF} \\ U_0 &= 400 \text{ V} \\ R_{ch} &= 9.7 \text{ m}\Omega \\ L_{ch} &= 20 \text{ }\mu\text{H} \\ M &= 0.22 \text{ mH}, \end{aligned} \quad (5.52)$$

kde první sada veličin reprezentuje parametry primárního obvodu, druhá sada reprezentuje parametry komory a poslední veličina M reprezentuje vzájemnou indukčnost mezi těmito obvody. Pro volbu těchto parametrů dostáváme z pythonu následující průběhy veličin $U_C(t)$ $I_1(t)$ a $I_{ch}(t)$ na obrázku 5.11.

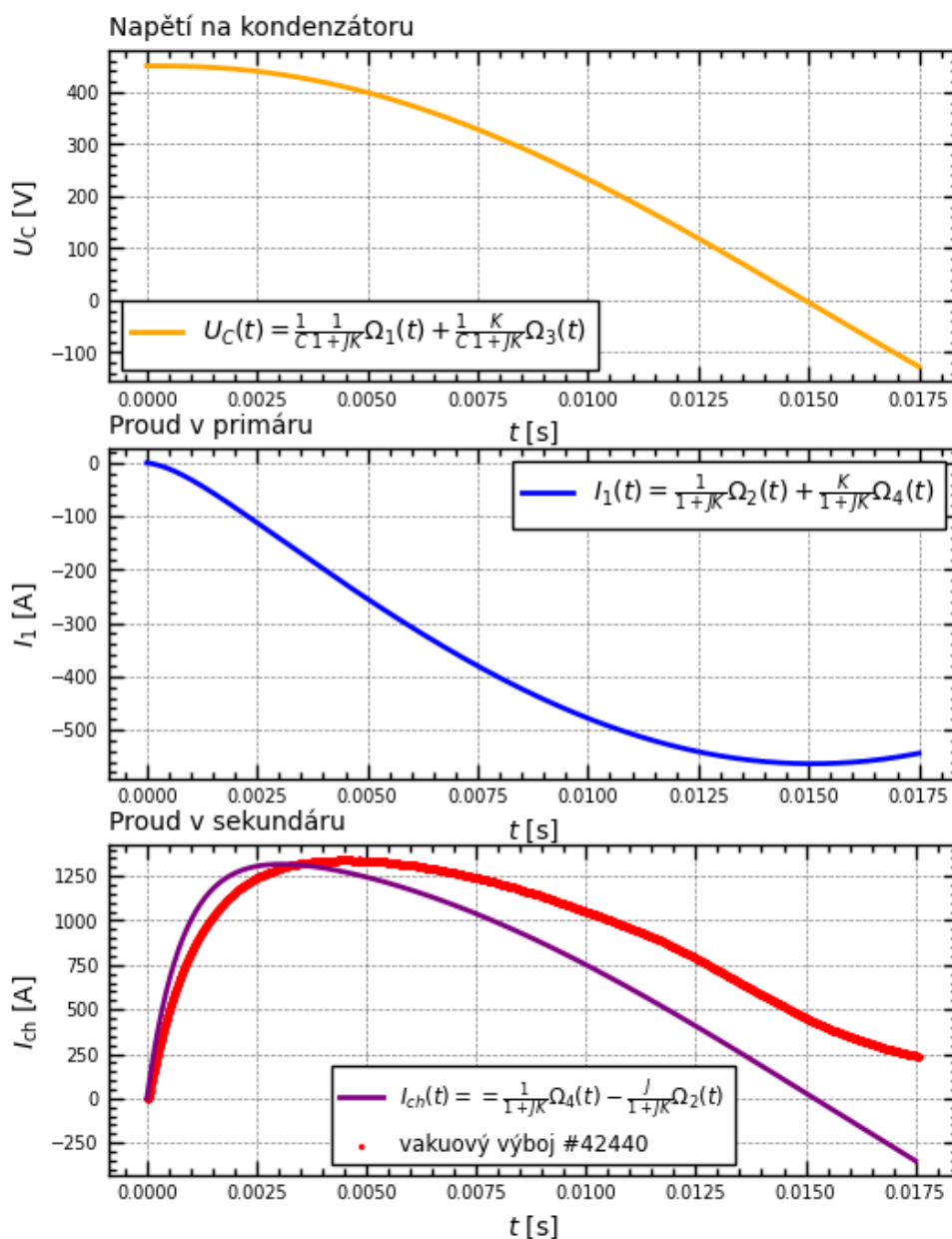
Nyní zbývá ověřit, zda-li model v rozumné míře simuluje generování proudu v komoře. Pro tyto účely využijeme vakuového výboje číslo 42440 z GOLEM databáze. Na obrázku 5.12 je porovnání numerického modelu s naměřenými daty [27] z tokamaku GOLEM. Z grafu 5.12 je patrné, že numerická simulace ne zcela reprezentuje naměřená data, ale co se hodnoty proudu týče, tak řádově odpovídá reálným hodnotám. Je nutné říci, že numerický model je značně idealizovaný a proto ne úplně dobře reprezentuje naměřená data. Mezi faktory, které by na odlišnosti řešení mohli mít vliv bychom mohli řadit vliv tyristoru na průběh výboje, a také na netriviální vlastnosti proudění magnetického indukčního toku kovovým transformátorovým jádrem tokamaku GOLEM. Přesto můžeme říci, že numerický model alespoň řádově odpovídá realitě.

Jednotlivá Numerická řešení

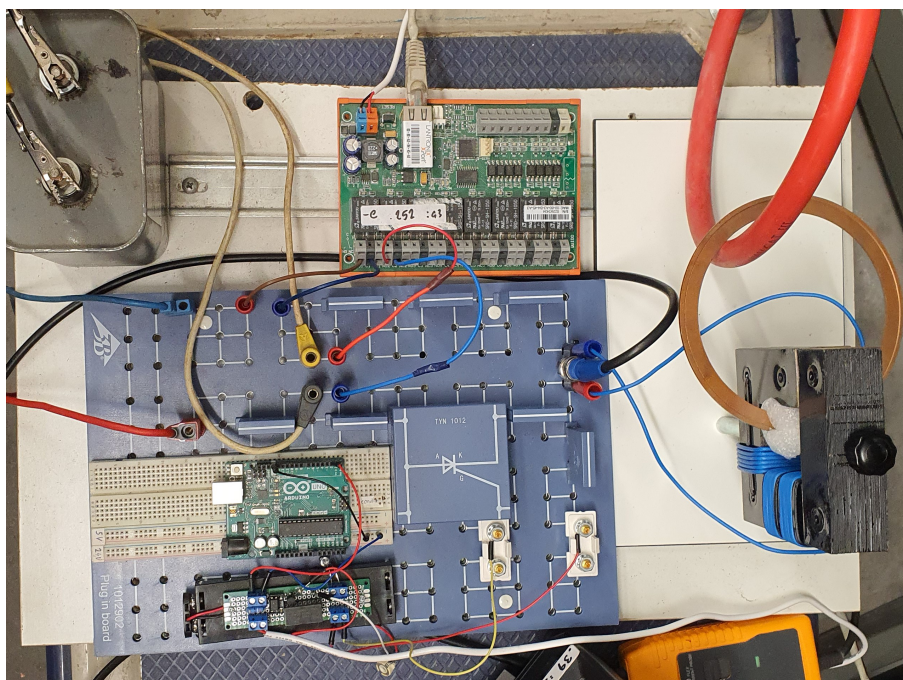


Obrázek 5.11: Ukázka numerických řešení vakuového výboje tokamaku GOLEM pro $U_C(t)$, $I_1(t)$ a $I_{ch}(t)$.

Porovnání numerického řešení s vakuovým výbojem



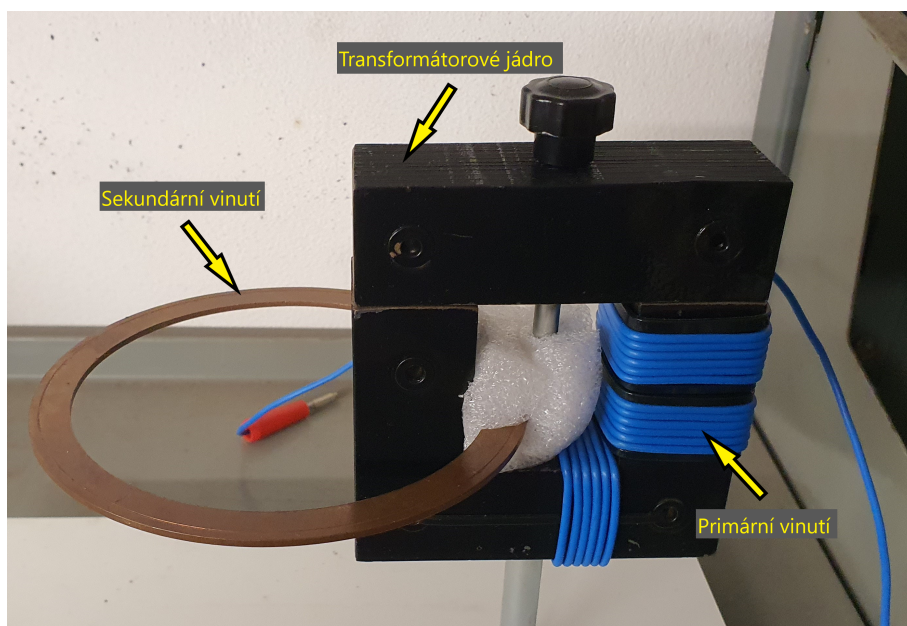
Obrázek 5.12: Porovnání numerického modelu s daty vakuového výboje na tokamaku GOLEM výboje číslo 42440 s nabíjecím napětím $U_0 = 450$ V



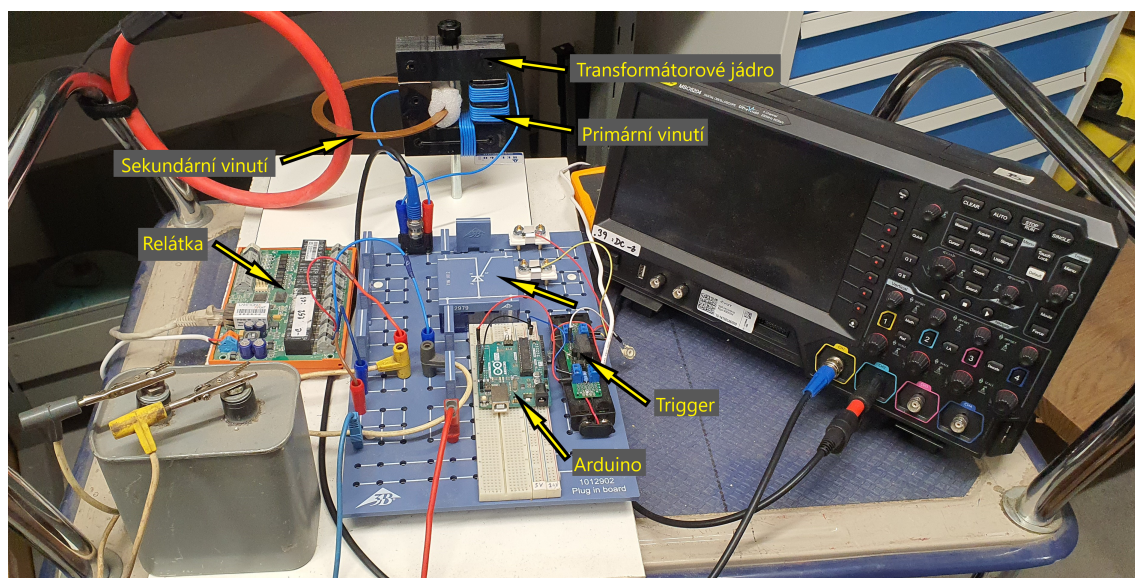
Obrázek 5.14: Laboratorní zapojení 2.fáze table-top experimentu.

Jako simulování transformátorového jádra bylo využito laboratorní verze transformátorového jádra od značky Helago. Primár byl sestaven z namotaného drátu o 3x šesti závitech rozmístěných podobně jako na tokamaku GOLEM a jako sekundární vinutí nám posloužil měděný těsnicí kroužek jako simulování komory tokamaku. Detailní popis je na obrázku 5.15. Popis použitých komponent v 2. fázi table-top experimentu je na obrázku 5.16, kde jsou popsány komponenty, které byly použity navíc oproti RLC obvodu.

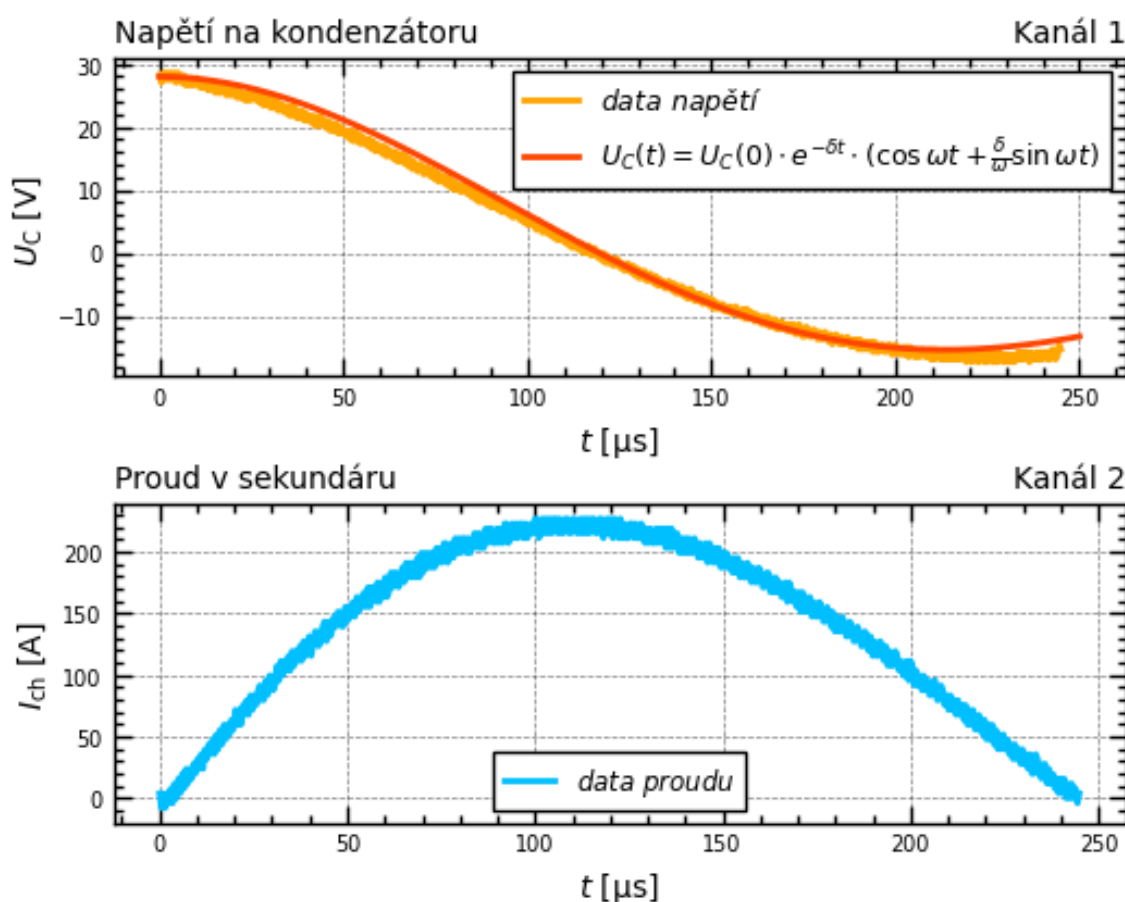
Po úspěšném zprovoznění tyristoru v obvodu se poměrně znatelně změnilo časové okno table-top experimentu. V RLC obvodu viz. 5.10 během prvních 250 mikrosekund byly zaznamenány přibližně dvě celé periody, přičemž v obvodu s tyristorem byla během stejného času propuštěna pouze první půlperioda kosinu, který je charakteristický pro vybití kondenzátoru. Z toho plyne, že se parametry obvodu museli značně změnit, protože parametry obvodu jako odpor, indukčnost a kapacita mají přímý vliv na průběh proudu a napětí v obvodu. Z toho důvodu bylo nutné nalézt opětovně parametry primárního obvodu s tyristorem a následně zjistit parametry sekundárního obvodu. Pro nalezení odhadu parametrů primárního obvodu bylo využito aproximace primárního vinutí analytickým řešením RLC obvodu, kde napětí na kondenzátoru a kapacita kondenzátoru byli brány jako pevné konstanty. Vykreslená data jsou k nahlédnutí na obrázku 5.17.



Obrázek 5.15: Laboratorní zapojení 2.fáze table-top experimentu.



Obrázek 5.16: Popis použitých komponent 2.fáze table-top experimentu.



Obrázek 5.17: Ukázka naměřených dat z 2.fáze table-top experimentu a také proložení dat napětí na kondenzátoru přibližným analytickým řešením RLC obvodu. Kondenzátor byl nabíjen na 30V.

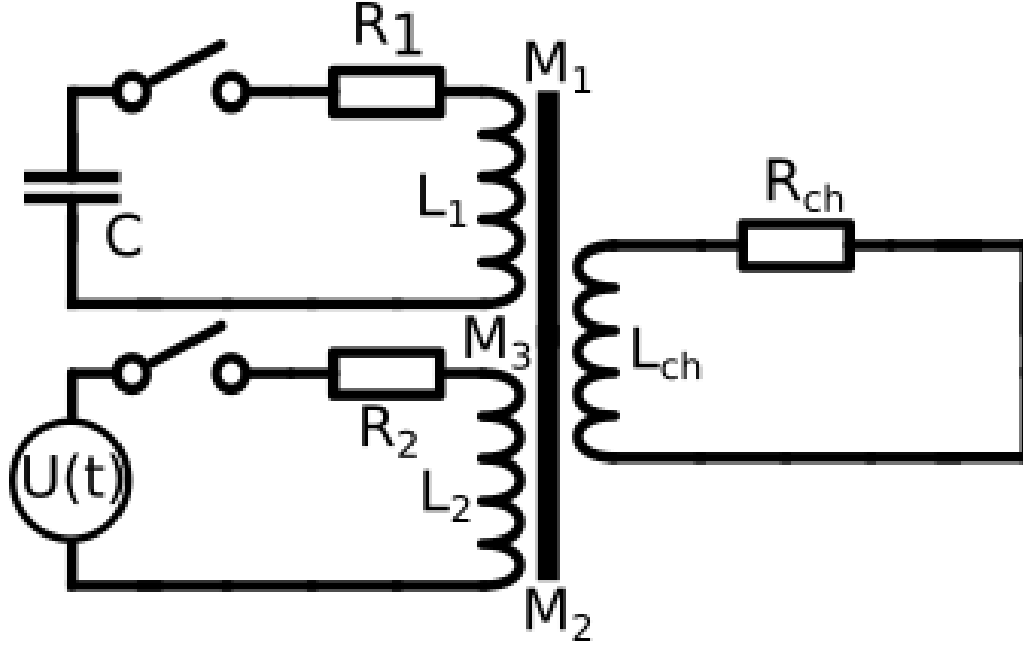
Z obrázku 5.17 si lze povšimnout, že analytické řešení RLC obvodu poměrně dobře aproximuje napětí na kondenzátoru. Parametry obvodu pro primární vinutí po této aproximaci vyšli:

$$\begin{aligned}
 R_1 &= 0.5 \, \Omega \\
 L_1 &= 89 \, \mu\text{H} \\
 C &= 50 \, \mu\text{F} \\
 U_0 &= 28 \, \text{V},
 \end{aligned}
 \tag{5.53}$$

kde napětí bylo sice nabíjeno na 30 Voltů, ale je nutné zmínit, že mezi odpojením zdroje a sepnutím tyristoru proběhla lehká latence, která způsobila vybití kondenzátoru před sepnutím tyristoru přibližně o 2 Volty a proto je ve (5.53) uvedeno 28 Voltů. Čeho si lze dále povšimnout, že v obvodu při použití tyristoru došlo k navýšení odporu a také k navýšení indukčnosti. Tento fakt dává smysl, protože navýšení indukčnosti způsobuje prodloužení periody v obvodu. Použitý kod je k dispozici zde. Pro zjištění parametrů

5.6 3. fáze konstrukce table-top experimentu

V této finální fázi se budeme zabývat modelem vakuového výboje, kdy přidáme ještě jeden přídatný primární obvod s proudovým zesilovačem reprezentovaným dodatečným zdrojem napětí. Takový obvod lze reprezentovat následujícím zjednodušeným elektrickým schématem na obrázku 5.18.



Obrázek 5.18: Elektrické schéma vakuového výboje s dodatečným primárním vinutím.

Na obrázku 5.18 je oproti předchozí fázi konstrukce přídatné primární vinutí s odporem R , indukčností L_2 a zdrojem napětí $U(t)$ reprezentující výstup z proudového zesilovače. Navíc zde budou vystupovat dodatečné vzájemné indukčnosti M_1 , M_2 a M_3 , které jsou dány vztahy:

$$\begin{aligned} M_1 &= k \cdot \sqrt{L_1 L_{ch}} \\ M_2 &= k \cdot \sqrt{L_2 L_{ch}} \\ M_3 &= k \cdot \sqrt{L_1 L_2}, \end{aligned} \quad (5.54)$$

kde M_1 je vzájemná indučnost mezi primárem s kondenzátorem a komorou, M_2 je vzájemná indučnost mezi primárem se zesilovačem a komorou a M_3 je vzájemná indučnost mezi primáry navzájem. Schéma 5.18 lze popsat následujícím systémem diferenciálních rovnic:

$$\begin{aligned} L_1 \frac{dI_1}{dt} + R_1 I_1 + U_C - M_1 \frac{dI_{ch}}{dt} - M_3 \frac{dI_2}{dt} &= 0 \\ L_2 \frac{dI_2}{dt} + R_2 I_2 - M_2 \frac{dI_{ch}}{dt} + M_3 \frac{dI_1}{dt} &= U(t) \\ L_{ch} \frac{dI_{ch}}{dt} + R_{ch} I_{ch} + M_1 \frac{dI_1}{dt} + M_2 \frac{dI_2}{dt} &= 0, \end{aligned} \quad (5.55)$$

kde $I_1(t)$ je proud v primárním vinutí s kondenzátorem, $I_2(t)$ je proud v primárním vinutí se zesilovačem, $I_{ch}(t)$ je proud komorou reprezentující sekundární vinutí a $U_C(t)$ je napětí na kondenzátoru.

5.6.1 Numerický model vakuového výboje s přídavným primárem

Nyní bychom chtěli sestavit příslušný numerický model popisující systém rovnic z (5.55), ale nejdříve uděláme opět lehké zjednodušení a napočítáme systém prozatím bez působení zesilovače, který bude dán rovnicemi:

$$\begin{aligned} L_1 \frac{dI_1}{dt} + R_1 I_1 + U_C - M_1 \frac{dI_{ch}}{dt} - M_3 \frac{dI_2}{dt} &= 0 \\ L_2 \frac{dI_2}{dt} + R_2 I_2 - M_2 \frac{dI_{ch}}{dt} + M_3 \frac{dI_1}{dt} &= 0 \\ L_{ch} \frac{dI_{ch}}{dt} + R_{ch} I_{ch} + M_1 \frac{dI_1}{dt} + M_2 \frac{dI_2}{dt} &= 0. \end{aligned} \quad (5.56)$$

Pro vyřešení soustavy (5.56) numericky provedeme převedení soustavy na kanonický tvar obdobně jako u vakuového výboje. Stejně jako u předchozí soustavy rovnic (5.33) z vakuového výboje budeme muset vyřešit potíž s provázaností nejvyšších derivací a také snížit počet neznámých ze čtyřech neznámých funkcí $I_1(t)$, $I_2(t)$, $I_{ch}(t)$, $U_C(t)$ na tři nábojové rovnice srkze vztahy:

$$I_1 = \frac{dQ_1}{dt}, \quad I_2 = \frac{dQ_2}{dt}, \quad I_{ch} = \frac{dq}{dt}, \quad U_C = \frac{Q_1}{C}, \quad (5.57)$$

kde $Q_1(t)$ je funkce náboje s primárem s kondenzátorem, $Q_2(t)$ je funkce náboje se zesilovačem a $q(t)$ je funkce náboje protékajícího komorou. Když do rovnice (5.56) dosadíme (5.57) dostaneme soustavu pouze v řeči funkcí $Q_1(t)$, $Q_2(t)$, $q(t)$ ve tvaru:

$$\begin{aligned} L_1 \frac{d^2 Q_1}{dt^2} + R_1 \frac{dQ_1}{dt} + \frac{Q_1}{C} - M_1 \frac{d^2 q}{dt^2} - M_3 \frac{d^2 Q_2}{dt^2} &= 0 \\ L_2 \frac{d^2 Q_2}{dt^2} + R_2 \frac{dQ_2}{dt} - M_2 \frac{d^2 q}{dt^2} + M_3 \frac{d^2 Q_1}{dt^2} &= 0 \\ L_{ch} \frac{d^2 q}{dt^2} + R_{ch} \frac{dq}{dt} + M_1 \frac{d^2 Q_1}{dt^2} + M_2 \frac{d^2 Q_2}{dt^2} &= 0. \end{aligned} \quad (5.58)$$

Výše uvedená soustava má počáteční podmínky:

$$\begin{aligned} Q_1(0) &= C \cdot U_C \\ \dot{Q}_1(0) &= I_1(0) = 0 \\ Q_2(0) &= 0 \\ \dot{Q}_2(0) &= I_2(0) = 0 \\ q(0) &= 0 \\ \dot{q}(0) &= I_{ch}(0) = 0, \end{aligned} \quad (5.59)$$

kde tečkované veličiny reprezentují časové derivace. V převedené nábojové soustavě (5.58) "vytkneme" druhé derivace a zavedeme substituci podobně jako u vakuového výboje:

$$\begin{aligned} \frac{d^2}{dt^2} \underbrace{(L_1 Q_1 - M_3 Q_2 - M_1 q)}_X + R_1 \frac{dQ_1}{dt} + \frac{Q_1}{C} &= 0 \\ \frac{d^2}{dt^2} \underbrace{(M_3 Q_1 + L_2 Q_2 - M_2 q)}_Y + R_2 \frac{dQ_2}{dt} &= 0 \\ \frac{d^2}{dt^2} \underbrace{(M_1 Q_1 + M_2 Q_2 - L_{ch} q)}_Z + R_{ch} \frac{dq}{dt} &= 0, \end{aligned} \quad (5.60)$$

kde X, Y, Z je vhodná substituce, kterou je třeba zavést na převedení soustavy na kanonický tvar. Tedy pomocná substituce bude ve tvaru:

$$\begin{aligned} X &= L_1 Q_1 - M_3 Q_2 - M_1 q \\ Y &= M_3 Q_1 + L_2 Q_2 - M_2 q \\ Z &= M_1 Q_1 + M_2 Q_2 - L_{ch} q. \end{aligned} \quad (5.61)$$

Ze substituce (5.61) je třeba ještě napočítat zpětnou substituci potřebnou pro dosazení do (5.60). Zpětnou substituci lze získat vyřešením následující lineární soustavy soustavy:

$$\begin{pmatrix} L_1 & -M_3 & -M_1 \\ M_3 & L_2 & -M_2 \\ M_1 & M_2 & L_{ch} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} Q_1 \\ Q_2 \\ q \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \end{pmatrix}. \quad (5.62)$$

Soustavu (5.62) lze vyřešit za pomoci například Cramerova pravidla [26] a nikoli běžnou metodou řešení lineárních soustav rovnic protože vektor pravé strany je sada funkcí. Pro aplikaci Cramerova pravidla musíme napočítat:

$$\begin{aligned} \Delta &= \begin{vmatrix} L_1 & -M_3 & -M_1 \\ M_3 & L_2 & -M_2 \\ M_1 & M_2 & L_{ch} \end{vmatrix} \\ \Delta_1 &= \begin{vmatrix} X & -M_3 & -M_1 \\ Y & L_2 & -M_2 \\ Z & M_2 & L_{ch} \end{vmatrix} \\ \Delta_2 &= \begin{vmatrix} L_1 & X & -M_1 \\ M_3 & Y & -M_2 \\ M_1 & Z & L_{ch} \end{vmatrix} \\ \Delta_3 &= \begin{vmatrix} L_1 & -M_3 & X \\ M_3 & L_2 & Y \\ M_1 & M_2 & Z \end{vmatrix}, \end{aligned} \quad (5.63)$$

kde $\Delta, \Delta_1, \Delta_2$ a Δ_3 jsou pomocné determinanty pro výpočet neznámých funkcí Q_1, Q_2 a q . První determinant Δ je determinant pouze číselné matice, což lze v pythonu napočítat příslušnou funkcí. Ostatní determinanty Δ_1, Δ_2 a Δ_3 je zapotřebí ještě více rozepsat, protože obsahuje neznámé funkce X, Y a Z . Proto pro vyřešení

determinantů bude vhodné použít rozvoje determinantu podle sloupce s pomocnými funkcemi X , Y , Z abychom odseparovali neznámé funkce od ostatních konstant. Takový rozvoj bude vypadat:

$$\begin{aligned}
\Delta_1 &= \begin{vmatrix} X & -M_3 & -M_1 \\ Y & L_2 & -M_2 \\ Z & M_2 & L_{ch} \end{vmatrix} = \\
&= (-1)^{1+1} X \underbrace{\begin{vmatrix} L_2 & -M_2 \\ M_2 & L_{ch} \end{vmatrix}}_{d_1} + (-1)^{2+1} Y \underbrace{\begin{vmatrix} -M_3 & -M_1 \\ M_2 & L_{ch} \end{vmatrix}}_{d_2} + (-1)^{3+1} Z \underbrace{\begin{vmatrix} -M_3 & -M_1 \\ L_2 & -M_2 \end{vmatrix}}_{d_3} \\
\Delta_2 &= \begin{vmatrix} L_1 & X & -M_1 \\ M_3 & Y & -M_2 \\ M_1 & Z & L_{ch} \end{vmatrix} = \\
&= (-1)^{1+2} X \underbrace{\begin{vmatrix} M_3 & -M_2 \\ M_1 & L_{ch} \end{vmatrix}}_{d_4} + (-1)^{2+2} Y \underbrace{\begin{vmatrix} L_1 & -M_1 \\ M_1 & L_{ch} \end{vmatrix}}_{d_5} + (-1)^{3+2} Z \underbrace{\begin{vmatrix} L_1 & -M_1 \\ M_3 & -M_2 \end{vmatrix}}_{d_6} \\
\Delta_3 &= \begin{vmatrix} L_1 & -M_3 & X \\ M_3 & L_2 & Y \\ M_1 & M_2 & Z \end{vmatrix} = \\
&= (-1)^{1+3} X \underbrace{\begin{vmatrix} M_3 & L_2 \\ M_1 & M_2 \end{vmatrix}}_{d_7} + (-1)^{2+3} Y \underbrace{\begin{vmatrix} L_1 & -M_3 \\ M_1 & M_2 \end{vmatrix}}_{d_8} + (-1)^{3+3} Z \underbrace{\begin{vmatrix} L_1 & -M_3 \\ M_3 & L_2 \end{vmatrix}}_{d_9},
\end{aligned} \tag{5.64}$$

kde d_i pro $i \in \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$ jsou již pouze číselné determinanty, které lze už spočítat pomocí funkce v pythonu. Nyní už můžeme z Cramerova pravidla napočítat tvary funkcí Q_1 , Q_2 a q následovně:

$$\begin{aligned}
Q_1 &= \frac{\Delta_1}{\Delta} = \underbrace{\frac{d_1}{\Delta}}_{D_1} X - \underbrace{\frac{d_2}{\Delta}}_{D_2} Y + \underbrace{\frac{d_3}{\Delta}}_{D_3} Z \\
Q_2 &= \frac{\Delta_2}{\Delta} = - \underbrace{\frac{d_4}{\Delta}}_{D_4} X + \underbrace{\frac{d_5}{\Delta}}_{D_5} Y - \underbrace{\frac{d_6}{\Delta}}_{D_6} Z \\
q &= \frac{\Delta_3}{\Delta} = \underbrace{\frac{d_7}{\Delta}}_{D_7} X - \underbrace{\frac{d_8}{\Delta}}_{D_8} Y + \underbrace{\frac{d_9}{\Delta}}_{D_9} Z,
\end{aligned} \tag{5.65}$$

kde D_i pro $i \in \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$ je pomocné zjednodušující označení. Nyní

naši substituci (5.61) a (5.65) dosadíme do (5.60) a dostaneme:

$$\begin{aligned}\frac{d^2 X}{dt^2} + R_1 \cdot \left(D_1 \frac{dX}{dt} - D_2 \frac{dY}{dt} + D_3 \frac{dZ}{dt} \right) + \frac{1}{C} \cdot (D_1 X - D_2 Y + D_3 Z) &= 0 \\ \frac{d^2 Y}{dt^2} + R_2 \cdot \left(-D_4 \frac{dX}{dt} + D_5 \frac{dY}{dt} - D_6 \frac{dZ}{dt} \right) &= 0 \\ \frac{d^2 Z}{dt^2} + R_{ch} \cdot \left(D_7 \frac{dX}{dt} - D_8 \frac{dY}{dt} + D_9 \frac{dZ}{dt} \right) &= 0.\end{aligned}\quad (5.66)$$

Podobně jako u vakuového výboje zavedeme sadu substituc, která sníží řád soustavy diferenciálních rovnic. Substituce bude vypadat následovně:

$$\begin{aligned}\Omega_1 &= X, \quad \Omega_2 = \frac{dX}{dt} = \frac{d\Omega_1}{dt} \\ \Omega_3 &= Y, \quad \Omega_4 = \frac{dY}{dt} = \frac{d\Omega_3}{dt} \\ \Omega_5 &= Z, \quad \Omega_6 = \frac{dZ}{dt} = \frac{d\Omega_5}{dt}.\end{aligned}\quad (5.67)$$

Výše uvedené vztahy (5.67) do soustavy (5.66) a dostaneme soustavu rovnic, která je již vhodná pro aplikaci funkce Odeint k knihovny SciPy a bude vypadat následovně:

$$\begin{aligned}\frac{d\Omega_1}{dt} &= \Omega_2 \\ \frac{d\Omega_2}{dt} &= -R_1 \cdot (D_1 \Omega_2 - D_2 \Omega_4 + D_3 \Omega_6) - \frac{1}{C} \cdot (D_1 \Omega_1 - D_2 \Omega_3 + D_3 \Omega_5) \\ \frac{d\Omega_3}{dt} &= \Omega_4 \\ \frac{d\Omega_4}{dt} &= -R_2 \cdot (-D_4 \Omega_2 + D_5 \Omega_4 - D_6 \Omega_6) \\ \frac{d\Omega_5}{dt} &= \Omega_6 \\ \frac{d\Omega_6}{dt} &= -R_{ch} \cdot (D_7 \Omega_2 - D_8 \Omega_4 + D_9 \Omega_6).\end{aligned}\quad (5.68)$$

Lze také zapsat v maticové podobě:

$$\frac{d}{dt} \begin{pmatrix} \Omega_1(t) \\ \Omega_2(t) \\ \Omega_3(t) \\ \Omega_4(t) \\ \Omega_5(t) \\ \Omega_6(t) \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{D_1}{C} & -R_1 D_1 & \frac{D_2}{C} & R_1 D_2 & -\frac{D_3}{C} & -R_1 D_3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & R_2 D_4 & 0 & -R_2 D_5 & 0 & R_2 D_6 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & -R_{ch} D_7 & 0 & R_{ch} D_8 & 0 & -R_{ch} D_9 \end{bmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \Omega_1(t) \\ \Omega_2(t) \\ \Omega_3(t) \\ \Omega_4(t) \\ \Omega_5(t) \\ \Omega_6(t) \end{pmatrix} \quad (5.69)$$

Výše uvedenou soustavu (5.69) budeme řešit pro počáteční podmínky (5.59) v řeči pomocných proměnných, které jsou rovny:

$$\vec{\Omega}(0) = \begin{pmatrix} \Omega_1(0) \\ \Omega_2(0) \\ \Omega_3(0) \\ \Omega_4(0) \\ \Omega_5(0) \\ \Omega_6(0) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} L_1\dot{Q}_1(0) - M_3\dot{Q}_2(0) - M_1q(0) \\ L_1\dot{Q}_1(0) - M_3\dot{Q}_2(0) - M_1\dot{q}(0) \\ M_3\dot{Q}_1(0) + L_2\dot{Q}_2(0) - M_2q(0) \\ M_3\dot{Q}_1(0) + L_2\dot{Q}_2(0) - M_2\dot{q}(0) \\ M_1\dot{Q}_1(0) + M_2\dot{Q}_2(0) + L_{ch}q(0) \\ M_1\dot{Q}_1(0) + M_2\dot{Q}_2(0) + L_{ch}\dot{q}(0) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} L_1CU_C \\ 0 \\ M_3CU_C \\ 0 \\ M_1CU_C \\ 0 \end{pmatrix}. \quad (5.70)$$

S použitím (5.68) a počátečních podmínek (5.70) dostaneme z funkce Odeint konkrétní průběhy funkcí Ω_i pro $i \in \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$, ze kterých reprodukuje hledaná fyzikální řešení. Pro jednotlivá nábojová řešení platí:

$$\begin{aligned} Q_1(t) &= D_1\Omega_1(t) - D_2\Omega_3(t) + D_3\Omega_5(t) \\ Q_2(t) &= -D_4\Omega_1(t) - D_5\Omega_3(t) + D_6\Omega_5(t) \\ q(t) &= D_7\Omega_1(t) - D_8\Omega_3(t) + D_9\Omega_5(t). \end{aligned} \quad (5.71)$$

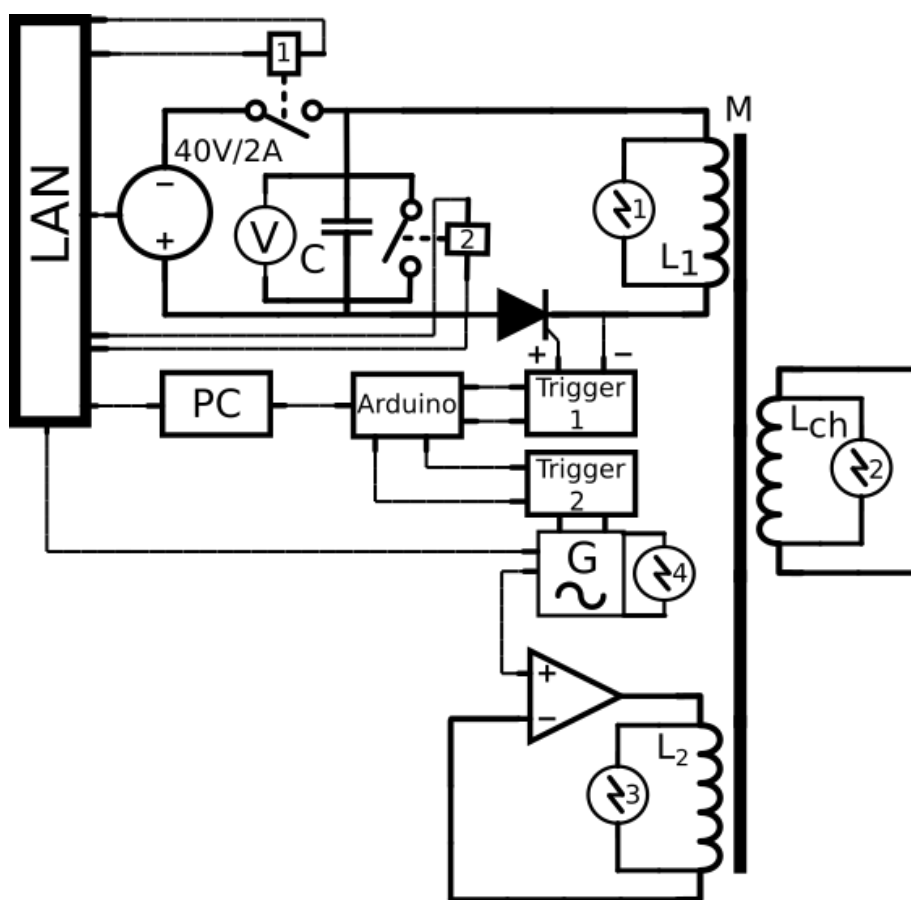
Z definice (5.57) spočítáme vybíjecí napětí na kondenzátoru $U_C(t)$ a jednotlivá proudová řešení $I_1(t)$, $I_2(t)$, $I_{ch}(t)$ následovně:

$$\begin{aligned} U_C(t) &= \frac{Q_1(t)}{C} = \frac{1}{C} \cdot (D_1\Omega_1(t) - D_2\Omega_3(t) + D_3\Omega_5(t)) \\ I_1(t) &= \dot{Q}_1(t) = D_1\dot{\Omega}_1(t) - D_2\dot{\Omega}_3(t) + D_3\dot{\Omega}_5(t) = \\ &= D_1\Omega_2(t) - D_2\Omega_4(t) + D_3\Omega_6(t) \\ I_2(t) &= \dot{Q}_2(t) = -D_4\Omega_1(t) + D_5\Omega_3(t) - D_6\Omega_5(t) = \\ &= -D_4\Omega_2(t) + D_5\Omega_4(t) - D_6\Omega_6(t) \\ I_{ch}(t) &= \dot{q}(t) = D_7\dot{\Omega}_1(t) - D_8\dot{\Omega}_3(t) + D_9\dot{\Omega}_5(t) = \\ &= D_7\Omega_2(t) - D_8\Omega_4(t) + D_9\Omega_6(t). \end{aligned} \quad (5.72)$$

Pro ukázkou využijeme parametrů GOLEMA

5.6.2 Laboratorní verze vakuového výboje s přidavným primárem

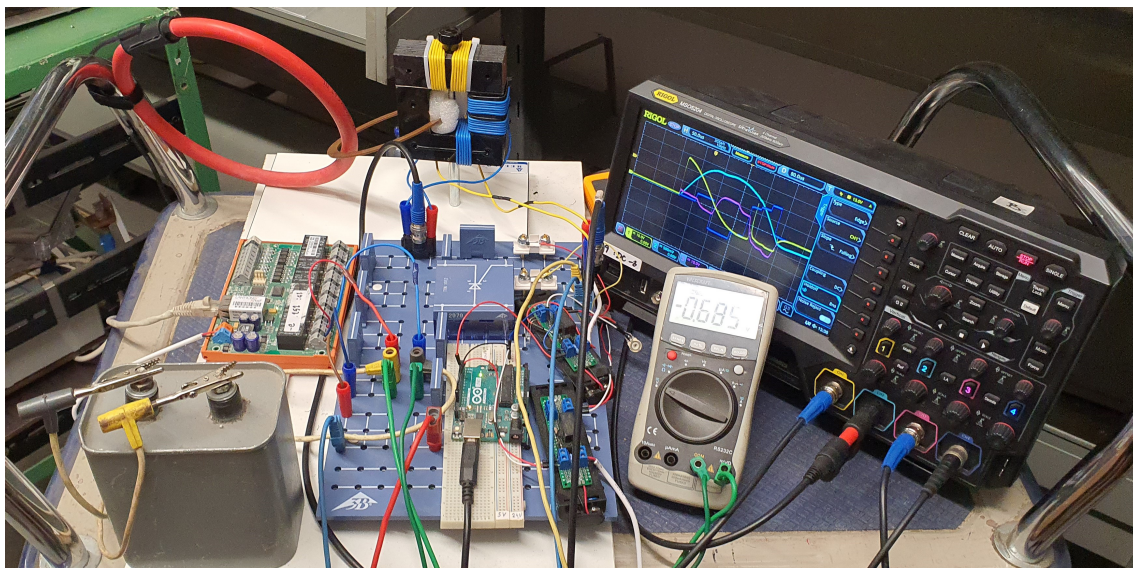
Obdobně jako u předchozích fází konstrukce zde došlo opět k implementaci nových komponent. Technologické schéma 3. fáze konstrukce je na obrázku 5.19. Jedná se už o poměrně komplexní systém, kde oproti předchozí části přibilo nové primární vinutí pro stabilizaci proudu v komoře. Jako zdroj je použito zesilovače KEPCO, který zesílí předdefinovaný signál z připojeného frekvenčního generátoru. Frekvenční generátor je trigrován obdobně jako tyristor pomocí druhého triggeru pro galvanické oddělení od silové části obvodu a napěťový impuls je generován opět arduinem. Díky propojení s arduinem jsme schopni poměrně snadno zesynchronizovat sepnutí tyristoru a sepnutí frekvenčního generátoru.



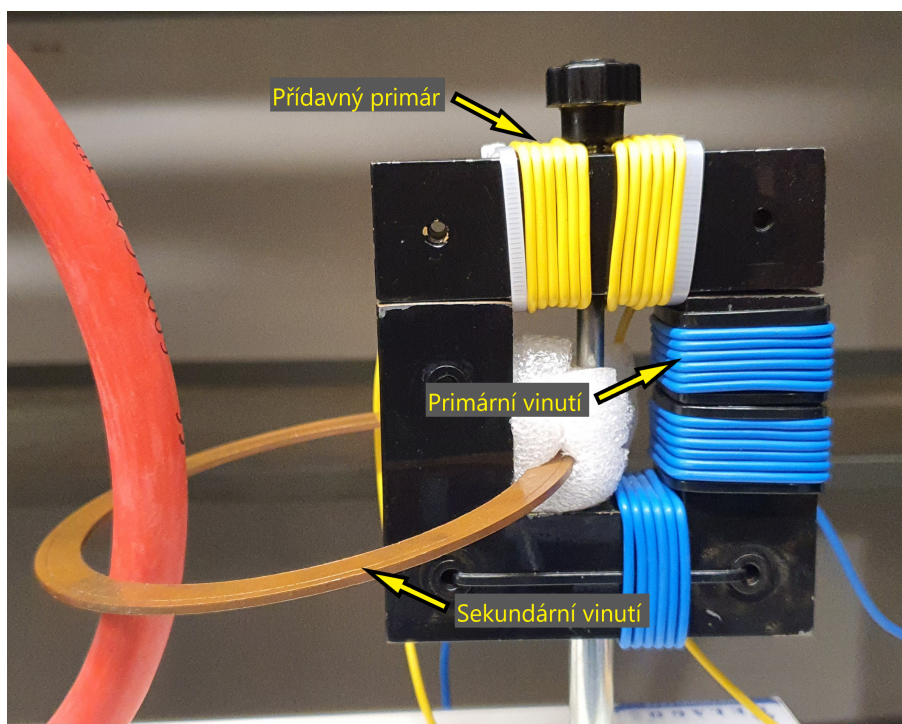
Obrázek 5.19: Technologické schéma zapojení 3. fáze table-top experimentu.

Sběr dat probíhá tentokrát ze všech čtyř kanálů osciloskopu. Na kanále 1 se zaznamenává napětí na kondenzátoru, na kanále 2 se zaznamenává proud simulovanou komorou, na kanále 3 je napětí na přidavném primáru a na kanále 4 je vygenerovaná wave-forma z frekvenčního generátoru. Na obrázku 5.20 je pro porovnání s 5.19 laboratorní implementace.

V této fázi jak již bylo řečeno došlo k navinutí přidavného primárního vinutí na laboratorní transformátorové jádro. Bylo zde navinuto 2x po šesti závitech. Tento počet byl zvolen z důvodu místa na transformátorovém jádře. Modifikované transformátorové jádro je k náhlednutí na obrázku 5.21 včetně popisu jednotlivých částí.

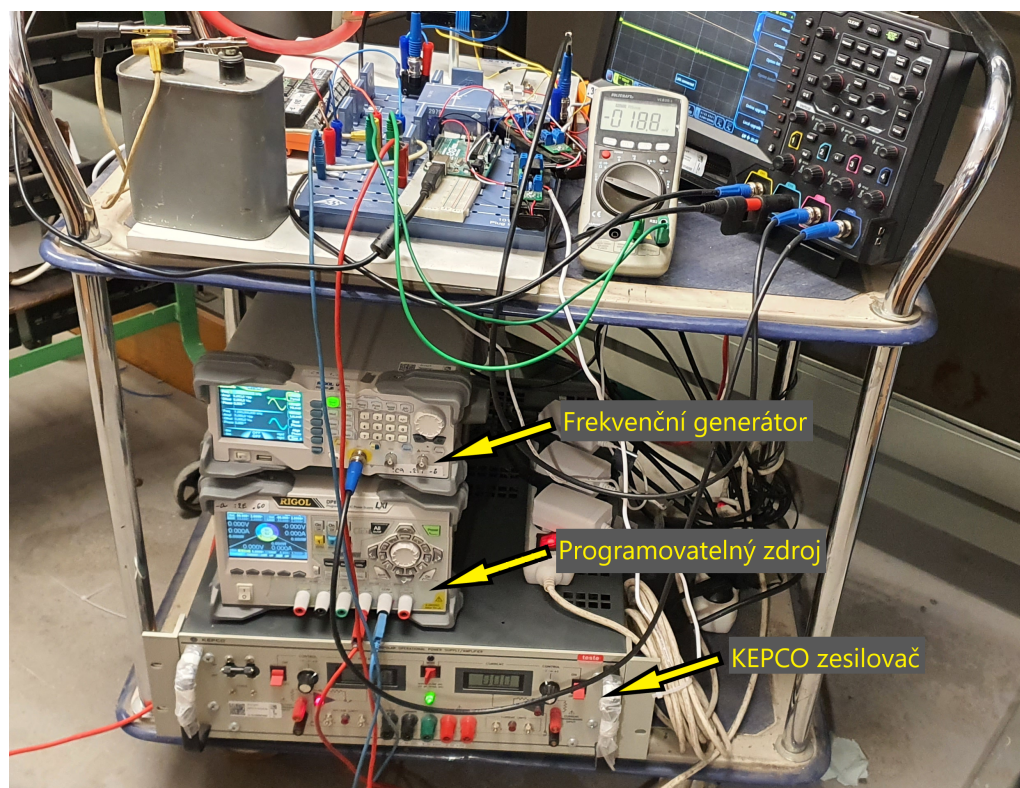


Obrázek 5.20: Laboratorní zapojení 3.fáze table-top experimentu.



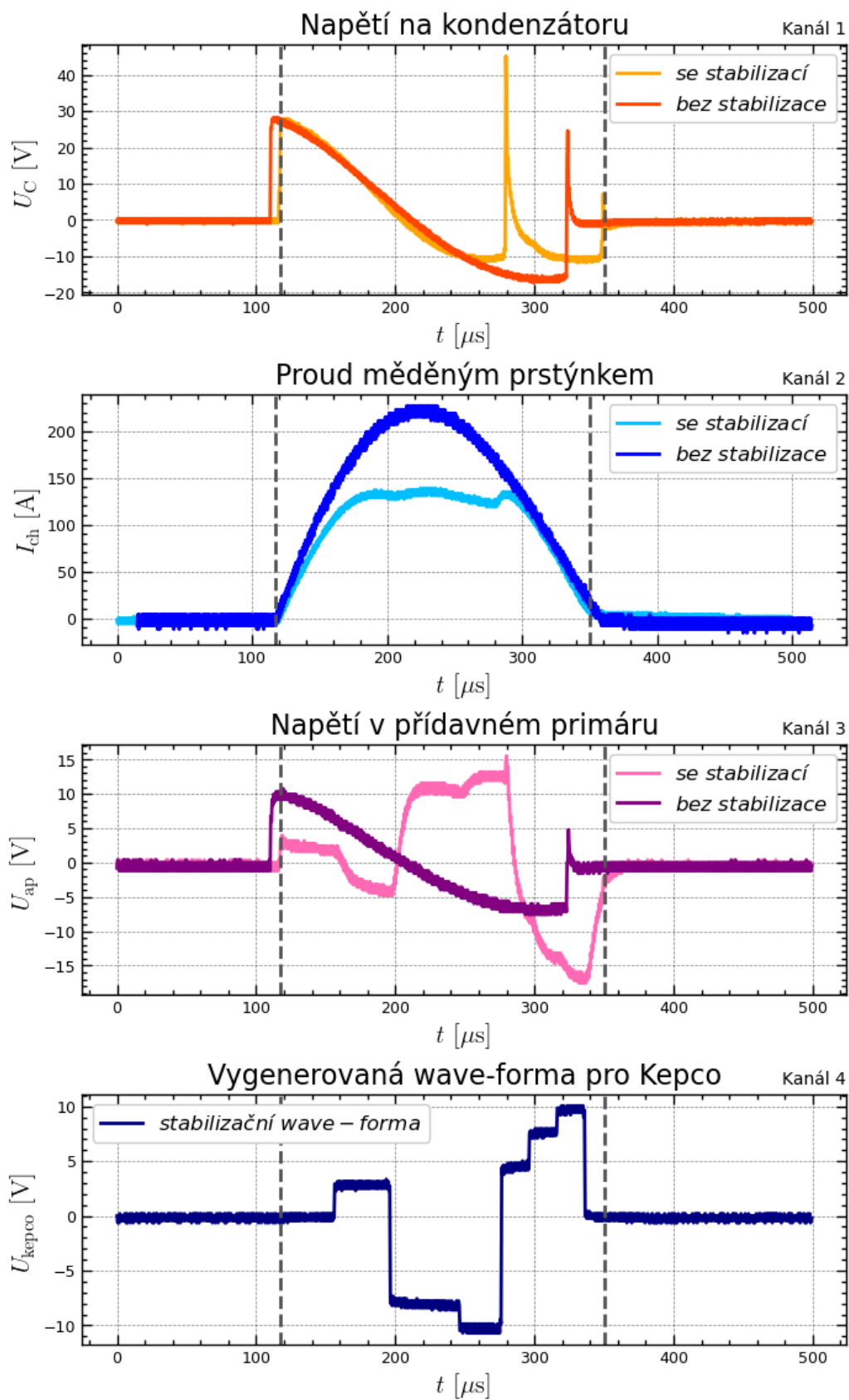
Obrázek 5.21: Laboratorní verze transformátorového jádra 3.fáze table-top experimentu.

Na obrázku 5.22 je detailnější pohled na celou sestavu 3. a finální fáze konstrukce table-top experimentu.



Obrázek 5.22: Celá laboratorní sestava 3.fáze table-top experimentu.

Po zprovození celé sestavy došlo ke zkoušení různých konfigurací wave-forem poslaných z frekvenčního generátoru do KEPCA a hledání vhodné konfigurace, která by dokázala udržet proud na měděném prstýnku na konstantní hodnotě. Takovou konfiguraci se podařilo najít a je k nahlédnutí na obrázku 5.23.



Obrázek 5.23: Porovnání dat z 3. fáze table-top experimentu bez stabilizace a se stabilizací.

Kapitola 6

Adaptace na tokamak Golem

6.1 Napočítání charakteristik pro Kepca

V této sekci se zaměříme na optimalizaci přídavného vinutí pro tokamak GOLEM. Hlavním úkolem bude určit jaký vodič a kolik závitů navinout na transformátorové jádro tokamaku. Každý zesilovač značky KEPCO má různé hodnoty maximálního napětí a proudu, čím je limitovaný je maximální výkon, který činí vždy 400 Watů. Podle výrobce lze za sebe nebo vedle sebe zapojit maximálně 5 takových zesilovačů.

Soustavu zesilovačů chceme použít jako zdroj, který bude napájet přídavné vyhlazovací primární vinutí na jádru transformátoru tokamaku Golem. Abychom dosáhli nejlepších výsledků co se indukovaného proudu týče, který by měl ovlivnit výsledný proud protékající plazmatem, je zapotřebí maximalizovat proud v tomto vedení a toho lze docílit paralelně.

Na stránkách výrobce Kepca jsou uvedeny jednotlivé parametry (například zde) různých typů zesilovačů. My se nyní omezíme na ty, které disponují maximálním dosažitelným proudem a to konkrétně 20A/20V a budeme předpokládat maximální dosažitelný výkon, tedy pro zapojení 5 těchto zesilovačů parametrně.

Pro paralelní zapojení se zachovává hodnota napětí v našem případě $U = 20V$ a naopak proudy jednotlivých zesilovačů se sčítají jako $I = 5 \cdot 20A = 100A$ a výsledný celkový výkon je pak $P = U \cdot I = 20 \cdot 100 = 2000W = 2kW$.

Abychom ovšem byli shopni dosáhnout takového maximálního výkonu, tak je zapotřebí doladit výsledný odpor primárního vinutí tak, abychom mohli využít plného potenciálu soustavy Kepek. Pro hrubý odhad požadovaného odporu pro maximální zatížení soustavy zesilovačů můžeme využít klasického ohmova zákona:

$$R = \frac{U}{I} = \frac{20V}{100A} = 0.2\Omega \quad (6.1)$$

Soustava zesilovačů jak již bylo řečeno bude sloužit jako napájení přídavného primárního vinutí transformátoru, které bude ovlivňovat výsledný průběh proudu plazmatem. Pro výrobu takového nového primárního vinutí bude zapotřebí dostatečně dlouhý vodič a zároveň by neměl přesáhnout hodnotu výše uvedeného odporu

abychom využili plného potenciálu soustavy zesilovačů. Pro tyto účely můžeme využít vzorce pro výpočet odporu na základě geometrie a použitého materiálu ve vodiči:

$$R = \rho \frac{l}{S}, \quad (6.2)$$

kde ρ je měrný elektrický odpor, l je délka vodiče a S je průřez vodiče. Pro určení potřebných parametrů a volby materiálu musíme vytvořit funkci, která bude jistě závislá na počtu závitů, které zvýší celkovou délku vodiče, ale také celkovou indukčnost. V následujících výpočtech si uvedeme známé parametry pro transformátorové jádro tokamaku GOLEM a zavedeme ho přímo do našich výpočtů.

Abychom naindukovali dostatečně silný proud pomocí proudových zesilovačů ovlivňující průběh proudu plazmatem, tak jistě bude zapotřebí navinout dostatečné množství závitů na transformátorové jádro a zároveň tento počet závitů navolit tak, aby soustava zesilovačů nemusela kompenzovat příliš velké naindukované napětí, které by mohlo být pro zesilovače nebezpečné. S počtem závitů souvisí vlastní indukčnost a také vzájemná indukčnost jednak mezi jednotlivými primárními vinutími, tak i mezi komorou a později i plazmatem samotným. Pro výpočet vlastní indukčnosti můžeme využít následujícího jednoduchého vzorce:

$$L = \mu N^2 \frac{l_c}{S_c}, \quad (6.3)$$

kde μ je permeabilita prostředí, N je počet závitů, l_c je délka cívky a S_c průřez cívky. Nyní uděláme odhad výsledné indukčnosti přídavného primárního obvodu pomocí výše uvedeného vzorce v závislosti na volbě závitů. Nejdříve však uděláme odhad délky vodiče kalibrovaný na výše uvedený odpor (6.1) v závislosti na volbě průměru a jako materiál budeme uvažovat dostupnou měď. V následujícím odkaze zde jsou uvedeny běžně dostupné průměry silových vodičů. Jako měrný odpor použijeme konstantu dostupnou ze stránek zde a také se dá zde dočíst o různých typech silových vodičů. Za použití vztáhu (6.2), faktu z (6.1) a pár úvah, které jsou k náhlednutí ve vzorovém kodu **ZDE** vychází, že ideální počet závitů při volbě vodiče z mědi s průřezem $S = 6\text{mm}^2$ je přibližně:

$$N = 40 \text{ závitů.}$$

Výše uvedený průřez jsem použil z důvodu rozumného počtu závitů, který by byl jednak technicky realizovatelný na tokamaku GOLEM a jednak z důvodu naindukované energie z kondenzátorové baterie, kterou by musela soustava zesilovačů kompenzovat. Tato naindukovaná energie stoupá s počtem závitů.

Kapitola 7

Implementace dosavadních řešení

7.1 Implementace přídavného primárního vinutí na tokamak GOLEM

Z předchozí kapitoly o adaptaci

Kapitola 8

Diskuze

Kapitola 9

Závěr

Bibliografie

1. ENCYCLOPAEDIA, Britannica. *Binding energy*. Dostupné také z: <https://www.britannica.com/science/binding-energy> Dostupné online: 25. 5. 2023.
2. CONTRIBUTORS, Wikipedia. *Isotopes of iron*. Dostupné také z: https://en.wikipedia.org/w/index.php?title=Isotopes_of_iron&oldid=1118749814 Dostupné online: 31. 5. 2023.
3. BRADA, Martin. *Jak mění slunce svou hmotnost?* Dostupné také z: <https://www.hvr.cz/2015/11/13/jak-slunce-meni-svou-hmotnost/>.
4. CHEN, F.F. *Úvod do fyziky plazmatu*. Praha 1984.
5. PROF. ING. JIŘÍ LIMPOUCH, CSc. *Základy fyziky plazmatu - Úvod*. Dostupné také z: <http://www-troja.fjfi.cvut.cz/~limpouch/plazma/Uvod.pdf> Dostupné online: 31. 5. 2023.
6. KOCMAN, Ing. Jindřich. *Zpětnovazební řízení polohy na tokamaku GOLEM*. Praha 2013. Dostupné také z: https://physics.fjfi.cvut.cz/publications/FTTF/VU_Jindrich_Kocman.pdf Dostupné online: 31. 5. 2023.
7. ALDEBARAN. *Co je to plazma?* Dostupné také z: <https://www.aldebaran.cz/astrofyzika/plazma/basics.php> Dostupné online: 8. 12. 2022.
8. CONTRIBUTORS, Wikipedia. *Nuclear fusion*. Wikipedia, The Free Encyclopedia. Dostupné také z: https://en.wikipedia.org/wiki/Nuclear_fusion#/media/File:Deuterium-tritium_fusion.svg Dostupné online: 8. 12. 2022.
9. CONTRIBUTORS, Wikipedia. *Electric potential energy*. Wikipedia, The Free Encyclopedia. Dostupné také z: https://en.wikipedia.org/w/index.php?title=Electric_potential_energy&oldid=1139414194 Dostupné online: 31. 5. 2023.
10. ING. SLAVOMÍR ENTLER, Ph.D. *Základy fúzní energetiky II. – Základní fyzika fúzních reaktorů*. Dostupné také z: <https://energetika.tzb-info.cz/elektroenergetika/14538-zaklady-fuzni-energetiky-ii-zakladni-fyzika-fuznich-reaktoru> Dostupné online: 8. 12. 2022.
11. ENERGY, Fusion for. Dostupné také z: <https://fusionforenergy.europa.eu/the-device/> Dostupné online: 8. 12. 2022.
12. PROF. RNDR. JAN MLYNÁŘ, Ph.D. *Stručná historie tokamaků*. ALDEBARAN BULLETIN. Dostupné také z: https://www.aldebaran.cz/bulletin/2021_36_tok.php Dostupné online: 31. 5. 2023.

13. CONTRIBUTORS, Wikipedia. *Torus*. Dostupné také z: <https://cs.wikipedia.org/wiki/Torus#/media/Soubor:Torus2.png> Dostupné online: 8. 12. 2022.
14. FIL, Alexandre. *The tokamak magnetic configuration and the toroidal coordinate system*. Dostupné také z: https://www.researchgate.net/figure/The-tokamak-magnetic-configuration-and-the-toroidal-coordinate-system-r-th-ph_fig6_338645742 Dostupné online: 8. 12. 2022.
15. WIKIPEDIE. *Tokamak*. Dostupné také z: <https://en.wikipedia.org/wiki/Tokamak#/media/File:Schematic-of-a-tokamak-chamber-and-magnetic-profile.jpg> Dostupné online: 8. 12. 2022.
16. KOCMAN, Bc. Jindřich. Řízení polohy plazmatického prstence na tokamaku GOLEM. 2015, s. 5–6. Dostupné také z: https://physics.fjfi.cvut.cz/publications/FTTF/DP_Jindrich_Kocman.pdf.
17. ING. VOJTĚCH SVOBODA, CSc. *Tokamak GOLEM wiku - front page*. Dostupné také z: <http://golem.fjfi.cvut.cz/wiki/> Dostupné online: 31. 5. 2023.
18. HUDEC, Bc. Lubomír. *Lubo H. PRPL 2018 Table top Model cont.* Dostupné také z: https://www.researchgate.net/figure/The-tokamak-magnetic-configuration-and-the-toroidal-coordinate-system-r-th-ph_fig6_338645742 Dostupné online: 8. 12. 2022.
19. ING. VOJTĚCH SVOBODA, CSc. Dostupné také z: <http://golem.fjfi.cvut.cz/wiki/Tokamak/Overview/InfraRoom/Photo/small.jpg> Dostupné online: 1. 6. 2023.
20. ING. VOJTĚCH SVOBODA, CSc. *Tokamak technology setup*. Dostupné také z: <http://golem.fjfi.cvut.cz/wiki/Tokamak/ExperimentalSetup/GlobalSetup/Wdiagn/fig/figure.svg> Dostupné online: 8. 12. 2022.
21. ING. VOJTĚCH SVOBODA, CSc. *Tokamak GOLEM - Shot Database - 42437*. Dostupné také z: <http://golem.fjfi.cvut.cz/shots/42437/Diagnostics/BasicDiagnostics/Basic/icon-fig.png> Dostupné online: 18. 6. 2023.
22. HUDEC, Ing. Lubomír. *Lubo H. PRPL 2018 Numerical model*. 2017-2018, s. 1. Dostupné také z: http://golem.fjfi.cvut.cz/wiki/TrainingCourses/FTTF/2017-2018/LubHud/numericky_model/index.pdf.
23. CONTRIBUTORS, Wikipedia. *Vzájemná indukčnost*. Dostupné také z: https://cs.wikipedia.org/wiki/Vz%C3%A1jemn%C3%A1_induk%C4%8Dnost Dostupné online: 1. 6. 2023.
24. DOC. ING. IVAN ŠTOLL, CSc. *Elektrina a Magnetismus*. Vydavatelství ČVUT, 1994. ISBN 80-01-02693-0.
25. SANTIAGO, John. *Analyze an RLC Circuit Using Laplace Methods*. Dostupné také z: <https://www.dummies.com/article/technology/electronics/circuitry/analyze-an-rlc-circuit-using-laplace-methods-166278/> Dostupné online: 1. 6. 2023.
26. CONTRIBUTORS, Wikipedia. *Cramerovo pravidlo*. Dostupné také z: https://cs.wikipedia.org/wiki/Cramerovo_pravidlo Dostupné online: 5. 6. 2023.

-
27. ING. VOJTĚCH SVOBODA, CSc. *Tokamak Golem - Shot Database - 42440*. Dostupné také z: <http://golem.fjfi.cvut.cz/shots/42440> Dostupné online: 1. 7. 2023.