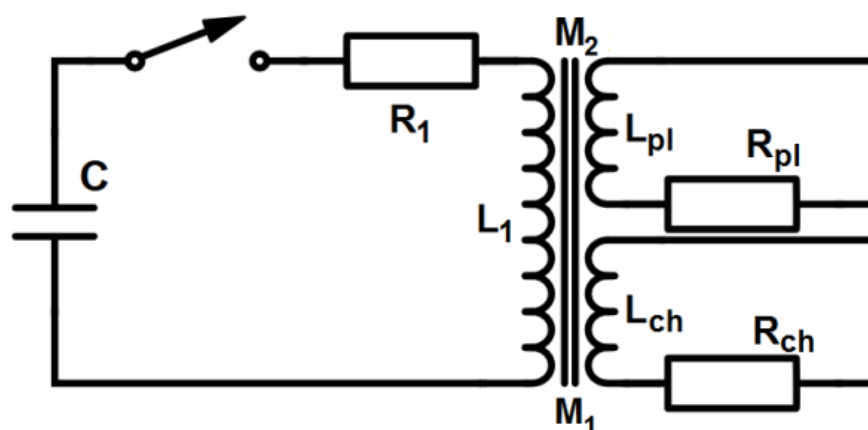


Kapitola 1

Tvorba Table-top experimentu

1.1 Výboj na tokamaku GOLEM

Výboj na tokamaku GOLEM lze popsat následujícím zjednodušujícím elektrickým schématem viz obrázek ?? . *(To není přece celý výboj .. tady přece není B_t . Je to jen ta část OH)*



Obrázek 1.1: Elektrické schéma řízení výboje na tokamaku GOLEM (*opravit*) . Převzato z [table_top_Hudec].

Technické uspořádání je tvořeno jedním primárním a dvěma sekundárními obvody. V praxi dochází k rozložení energie z primárního vinutí do jednak indukování proudu plazmatem, ale také se část energie pohltí samotnou komorou tokamaku. K zabránění tohoto efektu jsou na komoře tokamaku Golem namontovány přídavné měděnné pláty **DOLOŽIT** (*Ty mi musíte ukázat*) , které do jisté míry tento efekt omezují (*Jak?*) **DOLOŽIT**. Zcela těmito ztrátám zabránit nejde a proto je nelze zanedbat.

Primární obvod tokamaku je tvořen cívkou o indukčnosti L_1 (říkáme primární vinutí tokamaku), charakteristickým odporem R_1 , spínačem a kondenzátorem (v případě tokamaku Golem kondenzátorovou baterií) o kapacitě C_1 a nabíjen na hodnotu napětí U_C . Spínač, který je vyobrazen na obrázku ??, je v praxi tvořen tyristorem. *(Zde ty symboly neodpovídají tomu, co používáme na tokamaku. Bylo by supř to sjednotit.)*

První sekundární obvod vyjadřuje indukčnost plazmatu L_{pl} a charakteristickým odporem plazmatu R_{pl} . Je nutno podotknout, že plazma je tvořeno pouze jedním závitem na krátko sekundárního vinutí. *(Když používáte I_p , tak by možná stálo za to používat L_p a R_p)*

Druhý sekundární obvod vyjadřuje indukčnost samotné komory L_{ch} na kterou primární vinutí také působí a odvádí část svojí energie do této komponenty, která má také svůj odpor R_{ch} .

Transformátorové jádro spojující tyto všechny vinutí navzájem lze reprezentovat vzájemnou indukčností M_1 mezi primárním obvodem a komorou a vzájemnou indukčností M_2 mezi opět primárním obvodem a plazmatem. *(To by mne zajímalo, jestli existuje vzájemná indukčnost mezi plazmatem a komorou (vidím dále, že se to zanedbává, OK). Nevím, jestli by nebylo přehlednější ty indukčnosti uvádět jako třeba M_{pr-pl})*

Takový systém lze popsat **sadou diferenciálních tranformátorových rovnic** plynoucích z Kirchhoffových zákonů ve tvaru:

$$\begin{aligned} R_1 I_1 + L_1 \frac{dI_1}{dt} + U_C - M_1 \frac{dI_{ch}}{dt} - M_2 \frac{dI_{pl}}{dt} &= 0 \\ R_{ch} I_{ch} + L_{ch} \frac{dI_{ch}}{dt} + M_1 \frac{dI_1}{dt} &= 0 \\ R_{pl} I_{pl} + L_{pl} \frac{dI_{pl}}{dt} + M_2 \frac{dI_1}{dt} &= 0, \end{aligned} \quad (1.1)$$

(Podle mne tam nemůžete použít U_C , které jste definoval jako napětí, na které se nabije ten kondenzátor (tedy počáteční podmínka). Tady je to aktuální napětí na kondenzátoru, ne?)

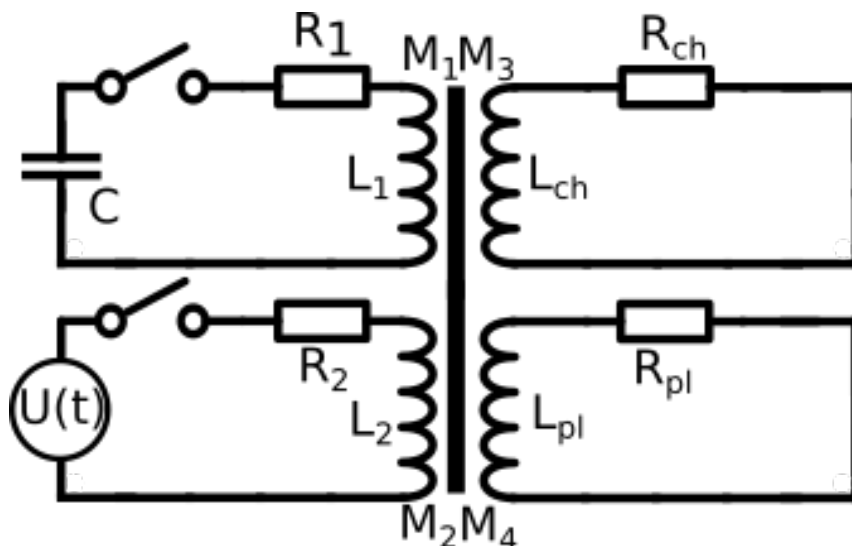
kde I_1 je proud protékající primárním obvodem s kondenzátorovou baterií, I_{ch} je proud indukovaný ~~na stěně komory~~ *komorou* a I_{pl} je proud indukován v plazmatu. Znaménka u vzájemných indukčností můžeme odvodnit jednak z Lenzova zákona a také ze zákona zachování energie. V případě první rovnosti, která reprezentuje primární obvod tokamaku GOLEM, se jedná o úbytek napětí v důsledku rozložení energie do dvou sekundárních obvodů bez zdrojů. V sekundárních obvodech se bude jednat o **!přírůstky!** napětí plynoucí z Lenzova zákona a tedy musí mít opačný směr. Zároveň také musí platit, že celková energie se musí zachovat, tedy musí být zajištěn zákon zachování energie. V našem případě je jediným zdrojem kondenzátorová baterie a proto musí být součet přírůstků a úbytků napětí v důsledku vzájemného indukování nulové.

Nutné je však zmínit, že výše uvedený systém zanedbává vzájemné působení komory a plazmatu, které by šlo charakterizovat jejich vzájemnou indukčností a také vliv tyristoru viz ?? v obvodu v reálném provozu tokamaku GOLEM, který má taky svoje zastoupení při vývoji samotného výboje. Proto nelze zapsat z rovnosti (??) rovnost, která by ukázala, že součet přírůstků a úbytků napětí je roven pouze napětí na kondenzátoru U_C .

Řešením těchto rovnic lze dostat přibližné průběhy proudů I_1 , I_{ch} a I_{pl} , které by měli *(hrubka)* přibližně odpovídat naměřeným hodnotám jako na obrázku ??.

1.2 Implementace proudového zesilovače do schématu výboje

Budoucí implementace proudového zesilovače do provozu tokamaku GOLEM se plánuje prostřednictvím extra vinutí na transformátorové jádro, které bude mít funkci sekundárního primárního vinutí. Takové schéma by mohlo vypadat jako na obrázku ??.



Obrázek 1.2: Elektrické schéma řízení výboje na tokamaku GOLEM s přidruženým primárním obvodem obsahujícím proudový zesilovač.

Na obrázku ?? je proudový zesilovač reprezentován jako dodatečný zdroj napětí $U(t)$ jako funkce času. Uvedené veličiny jsou stejné jako v případě ??, ale je zde navíc obvod s proudovým zesilovačem charakterizovaný indukčností L_2 cívky, celkovým odporem R_2 . Vystupují zde hned čtyři vzájemné indukčnosti. Vzájemnou indukčnost [def_vz_indukcnost] lze definovat vztahem:

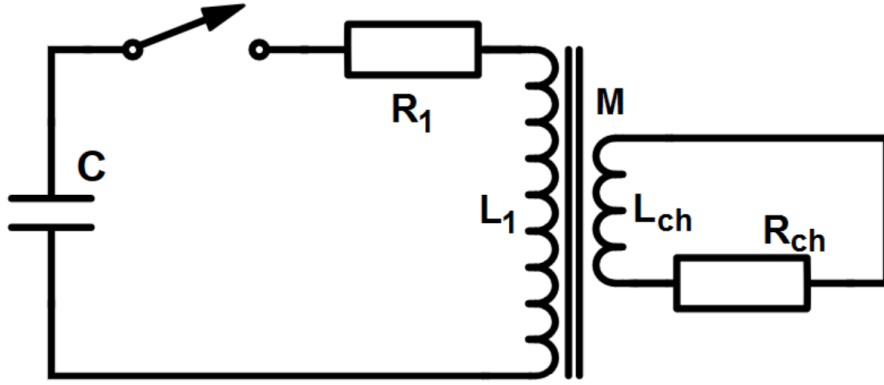
$$M = k \cdot \sqrt{L_i L_j}, \quad (1.2)$$

kde k je koeficient vazby jež může nabývat hodnot v intervalu $k \in \langle 0, 1 \rangle$ a L_i , L_j jsou indukčnosti cívek mezi kterými vzájemné působení uvažujeme. V případě našeho schématu na obrázku ?? jsou vzájemné indukčnosti rozděleny následovně: M_1 je působení mezi L_1 a L_{ch} , M_2 je působení mezi L_1 a L_{pl} , M_3 je působení mezi L_2 a L_{ch} a M_4 je působení mezi L_2 a L_{pl} . Působení mezi primáry a sekundáry navzájem zanedbejme. Příslušné vztahy pro vzájemné indukčnosti by stačilo pouze dosadit do vztahu ??.

Pro tento systém budou dané **!transformátorové!** rovnice ještě složitější než v (??) a proto je zde nutné nejdříve provést nějaké zjednodušení a k tomuto poměrně **!obtížnému!** problému se dostat postupně. Toho lze docílit například zjednodušením v podobě **vakuového výboje**, který si popíšeme v další sekci.

1.3 Vakuový výboj

Budeme předpokládat výboj bez plazmatu. Takovou konfiguraci na tokamaku nazýváme tzv. **Vakuový výboj**, kdy se veškerá indukovaná energie uvolněná z kondenzátorové baterie naindukuje pouze na stěně samotné komory. Takové schéma lze vidět na obrázku ??



Obrázek 1.3: Elektrické schéma pro vakuový výboj tokamaku Golem a námět pro tvorbu první části tabletop experimentu. Převzato z [table_top_Hudec] (*To M bude jiné, ne?*)

Po tomto zjednodušení viz ?? dospějeme k následující značně jednodušší soustavě diferenciálních rovnic:

$$\begin{aligned} R_1 I_1 + L_1 \frac{dI_1}{dt} + U_C - M \frac{dI_{ch}}{dt} &= 0 \\ R_{ch} I_{ch} + L_{ch} \frac{dI_{ch}}{dt} + M \frac{dI_1}{dt} &= 0. \end{aligned} \quad (1.3)$$

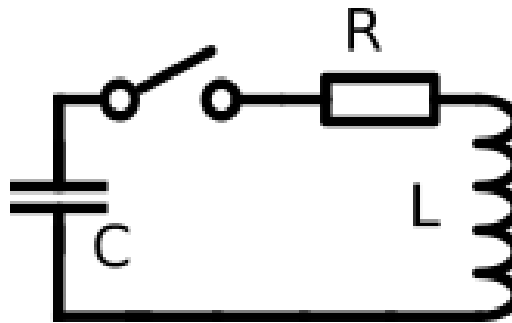
Soustava se nám z původně ze 3 rovnic (??) redukovala a pouhé dvě rovnice (??). Mezi další výhody patří fakt, že není zapotřebí počítat se změnou odporu plazmatu během výboje, tedy všechny veličiny popisující náš systém (??) lze považovat za konstanty, což napomůže konstrukci table-top experimentu tak i příslušnému numerickému řešení.

Pro ještě větší zjednodušení a ověření funkčnosti první části konstrukce laboratorního modelu zvolíme redukci na pouhý RLC obvod bez transformátorového jádra a bez obvodu reprezentujícího komoru. Tuto aproximaci zvolíme z důvodu, že pro samotný RLC obvod bez zdrojů existuje analytické řešení. To je výhodné jednak pro ověření funkčnosti první fáze konstrukce numerického řešení a jednak pro porovnání naměřených dat z laboratorního modelu. Z naměřených dat z laboratorního modelu na základě znalosti analytického řešení lze také dobře odhadnout parametry daného použitého obvodu a udělat tak předpověď v jakých časových rozmezích se budeme pohybovat.

1.4 1. fáze konstrukce table-top experimentu

Každou fázi konstrukce vždy rozdělíme do několika částí mezi které bude vždy patřit příslušné numerické řešení daného elektrického schématu a k němu vždy jeho laboratorní verze reprezentující vždy danou fázi a následně dojde k porovnání naměřených dat z table-top experimentu s numerickým modelem. V této fázi bude jedna výjimka a to již zmíněno i analytické řešení RLC obvodu, které lze poměrně snadno určit.

V této fázi jak již bylo řečeno se budeme zabývat nejjednodušší verzí a to klasickým RLC obvodem bez zdrojů, který lze vidět na obrázku ??.



Obrázek 1.4: Elektrické schéma pro klasický RLC obvod bez zdrojů

1.4.1 Analytické řešení RLC

Pouze v této fázi konstrukce table-top experimentu jsme schopni nalézt analytické řešení, protože v každé další fázi konstrukce bude nalezení analytického řešení komplikovanější a je možné, že ani neexistuje. Na obrázku ?? jsou dané součástky zapojeny sériově. Pro sériově zapojení platí, že celkové napětí $U_{celk.}$ je rovno součtu napětí na všech součástkách, tedy platí vztah:

$$U_{celk.} = U_R + U_L + U_C, \quad (1.4)$$

kde U_R je napětí na rezistoru, U_L napětí na cívce a U_C je napětí na kondenzátoru. V našem případě bude součet napětí roven nule, protože náš obvod je bez přídavných zdrojů a bude platit rovnost:

$$U_R + U_L + U_C = 0. \quad (1.5)$$

Nyní je třeba stanovit čemu jsou rovny jednotlivá napětí na daných součástkách a na jakých jsou závislých parametrech, lze se dočíst v [stoll]. Všechny zmíněná napětí jsou funkcemi času a jsou rovny:

$$\begin{aligned} U_R(t) &= R \cdot I(t) \\ U_L(t) &= L \cdot \frac{dI(t)}{dt} \\ U_C(t) &= \frac{1}{C} \int_0^t I(\tau) d\tau + U_C(0), \end{aligned} \quad (1.6)$$

kde R je odpor, L je indukčnost, C je kapacita, $U_C(0)$ je hodnota napětí nabitého kondenzátoru a $I(t)$ je hledaná funkce proudu závislá na čase.

Vztahy pro jednotlivá napětí (??) dosadíme do rovnice (??) a dostaneme rovnici:

$$R \cdot I(t) + L \cdot \frac{dI(t)}{dt} + \frac{1}{C} \int_0^t I(\tau) d\tau + U_C(0) = 0. \quad (1.7)$$

V rovnici (??) se jedná o diferenciální rovnici prvního řádu s počáteční podmínkou $I_0 = I(0) = 0$. Takovou rovnici lze řešit například pomocí Laplaceovy transformace [**Laplace_trafo**]. Použití Laplaceovy transformace je výhodné, protože jednak převádí derivaci na násobení polynomem a jednak také, že po aplikaci na diferenciální rovnici zakomponuje i počáteční podmínky a navíc je vhodná pro řešení elektrických obvodů díky definičnímu oboru laplaceovy transformace, který je na intervalu $\langle 0, +\infty \rangle$ což odpovídá v obvodech času t který také plyne na stejném intervalu. Na rovnost (??) aplikujeme Laplaceovu transformaci:

$$R \cdot I(s) + L(sI(s) - I_0) + \frac{1}{C} \frac{I(s)}{s} + \frac{U_C(0)}{s} = 0, \quad (1.8)$$

kde $I(s)$ je laplaceův obraz $I(t)$, tj. $I(s) = \mathcal{L}[I(t)](s)$. Po přenásobení (??) proměnnou S , zakomponováním počáteční podmínky a vyjádření funkce $I(s)$ reprezentující Laplaceův obraz $I(s)$ funkce dostáváme:

$$I(s) = \frac{sI_0 - U_C(0)}{Ls^2 + Rs + \frac{1}{C}} \wedge I_0 = 0 \Rightarrow I(s) = \frac{-U_C(0)}{Ls^2 + Rs + \frac{1}{C}}. \quad (1.9)$$

Po Vytknutí indukčnosti L ze jmenovatele ze vztahu (??) a lehké úpravě výrazu převedeme rovnost na následující výraz:

$$I(s) = \frac{-U_C(0)C \frac{1}{LC}}{s^2 + 2 \cdot \frac{R}{2L}s + \frac{1}{LC}}. \quad (1.10)$$

Do (??) lze zavést známé fyzikální veličiny reprezentující chování v obvodu jako:

$$\begin{aligned} \delta &= \frac{R}{2L} \\ \omega_0 &= \frac{1}{\sqrt{LC}} \\ \omega &= \sqrt{\omega_0^2 - \delta^2}, \end{aligned} \quad (1.11)$$

kde δ je dekrement útlumu, ω_0 je vlastní frekvence (Thompsonův vztah) a ω úhlová frekvence. Dosazením (??) do (??) dostáváme vztah:

$$I(s) = -U_C(0)C \frac{\omega_0^2}{s^2 + 2\delta s + \omega_0^2}. \quad (1.12)$$

Nyní bychom ideálně chtěli najít nějakou vhodnou tabulkovou hodnotu vzoru pro náš laplaceův obraz, resp. aplikovat inverzní laplaceovu transformaci. Z materiálu [**Laplace_trafo**] se nabízí vztah:

$$\mathcal{L}[e^{-\alpha t} \sin \beta t](s) = \frac{\beta}{(s + \alpha)^2 + \beta^2}, \quad (1.13)$$

kde α a β jsou konstanty. Vztah (??) lze převést do požadovaného tvaru pro (??) pomocí série úprav jako úprava na čtverec, doplnění chytré jedničky do čitatele, které zajistí převedení výrazu (??) do požadovaného tvaru následovně:

$$\begin{aligned}
 I(s) &= -U_C(0)C \frac{\omega_0^2}{s^2 + 2\delta s + \omega_0^2} = I(s) = -U_C(0)C \frac{\omega_0^2}{\underbrace{s^2 + 2\delta s + \delta^2}_{(s+\delta)^2} \underbrace{-\delta^2 + \omega_0^2}_{\omega^2}} = \\
 &= -U_C(0)C \frac{\omega_0^2}{(s+\delta)^2 + \omega^2} = -U_C(0)C \frac{\overbrace{\omega_0^2 - \delta^2}^{\omega^2} + \delta^2}{(s+\delta)^2 + \omega^2} = \\
 &= -U_C(0)C \frac{\omega^2 + \delta^2}{\omega} \cdot \frac{\omega}{(s+\delta)^2 + \omega^2}.
 \end{aligned} \tag{1.14}$$

Nyní na rovnost (??) lze aplikovat inverzní laplaceovu transformaci a použít vztah (??) a tak dostaneme hledanou funkci $I(t)$:

$$\begin{aligned}
 I(s) &= \mathcal{L}[I(t)](s) = -U_C(0)C \frac{\omega_0^2 + \delta^2}{\omega} \cdot \frac{\omega}{(s+\delta)^2 + \omega^2} \\
 I(s) &= \mathcal{L}[I(t)](s) \xrightarrow{\mathcal{L}^{-1}} I(t) = -U_C(0)C \frac{\omega^2 + \delta^2}{\omega} \cdot e^{-\delta t} \sin \omega t.
 \end{aligned} \tag{1.15}$$

Aplikací inverzní laplaceovy transformace dostáváme z (??) vztah pro vývoj proudu $I(t)$ na čase t který je dán výsledným vztahem:

$$I(t) = -U_C(0)C \frac{\omega^2 + \delta^2}{\omega} \cdot e^{-\delta t} \sin \omega t. \tag{1.16}$$

Pro napětí na kondenzátoru využijeme jako výchozí vztah:

$$U_C(t) = \frac{Q(t)}{C}, \tag{1.17}$$

kde $Q(t)$ je funkce náboje vybíjeného z kondenzátoru v čase. Abychom byli schopni určit funkci napětí na kondenzátoru $U_C(t)$ tak potřebujeme určit funkci $Q(t)$. Tu lze určit z definice proudu, která je dána vztahem:

$$I(t) = \frac{dQ(t)}{dt}, \tag{1.18}$$

kde funkci $I(t)$ již známe z (??) a když rovnost (??) zintegrujeme, tak budeme schopni určit funkci náboje $Q(t)$ a následně i hledanou funkci napětí na kondenzátoru $U_C(t)$. Po integraci (??) dostáváme:

$$\underbrace{\int I(t) dt}_{\int -U_C(0)C \frac{\omega^2 + \delta^2}{\omega} \cdot e^{-\delta t} \sin \omega t dt} = Q(t) + c, \tag{1.19}$$

kde c je integrační konstanta, kterou lze zjistit z počáteční podmínky pro náboj v čase nula, tj. $Q(0) = C \cdot U_C(0)$. Nejdříve je však nutné spočítat ze vztahu (??) integrál levé strany rovnice. Na první pohled se může zdát vyřešit takový integrál jako komplikovaná záležitost, ale s využitím komplexní integrace použitím **Eulerova vzorce** $e^{ix} = \cos x + i \sin x$, kde i je imaginární jednotka, kdy výsledek naší integrace

bude roven imaginární složce výsledku komplexní integrace. Takovou integraci lze provést následovně:

$$\begin{aligned}
 \int I(t) dt &= \int -U_C(0)C \frac{\omega^2 + \delta^2}{\omega} \cdot e^{-\delta t} \sin \omega t dt = -U_C(0)C \frac{\omega^2 + \delta^2}{\omega} \text{Im} \left[\int e^{-\delta t} \cdot e^{i\omega t} dt \right] \\
 &= -U_C(0)C \frac{\omega^2 + \delta^2}{\omega} \text{Im} \left[\int e^{(i\omega - \delta)t} dt \right] = \\
 &= -U_C(0)C \frac{\omega^2 + \delta^2}{\omega} \text{Im} \left[\frac{e^{(i\omega - \delta)t}}{i\omega - \delta} \cdot \frac{i\omega + \delta}{i\omega + \delta} \right] = \\
 &= -U_C(0)C \frac{\omega^2 + \delta^2}{\omega} \text{Im} \left[\frac{e^{-\delta t} \cdot (\cos \omega t + i \sin \omega t) \cdot (i\omega + \delta)}{(i\omega)^2 - \delta^2} \right] = \\
 &= -U_C(0)C \frac{\omega^2 + \delta^2}{\omega} \text{Im} \left[\frac{e^{-\delta t} \cdot ((\delta \cos \omega t - \omega \sin \omega t) + i(\omega \cos \omega t + \delta \sin \omega t))}{(-1) \cdot (\omega^2 + \delta^2)} \right] = \\
 &= U_C(0)C \cdot e^{-\delta t} \cdot \left(\cos \omega t + \frac{\delta}{\omega} \sin \omega t \right).
 \end{aligned} \tag{1.20}$$

Nyní už jen zbývá výsledek vypočteného integrálu proudu (??) dosadit do (??) a pomocí počáteční podmínky $Q(0) = C \cdot U_C(0)$ nakalibrovat integrační konstantu c a tak spočítat funkci $Q(t)$. Po dosazení a započítání počáteční podmínky dostáváme hodnotu integrační konstanty:

$$U_C(0)C \cdot e^0 \cdot (1 + 0) = Q(0) + c \xrightarrow{Q(0)=C \cdot U_C(0)} c = 0. \tag{1.21}$$

Z nakalibrování integrační konstanty ze vztahu (??) můžeme napsat výslednou funkci $Q(t)$, která je dána vztahem:

$$Q(t) = U_C(0)C \cdot e^{-\delta t} \cdot \left(\cos \omega t + \frac{\delta}{\omega} \sin \omega t \right). \tag{1.22}$$

Dosazením (??) do vztahu (??) dostaneme hledanou funkci vývoje napětí $U_C(t)$ na konendenzátoru danou vztahem:

$$U_C(t) = U_C(0) \cdot e^{-\delta t} \cdot \left(\cos \omega t + \frac{\delta}{\omega} \sin \omega t \right). \tag{1.23}$$

(Honzo, nedostane se k tomutěž Štoll i bez těch opičáren?? Pokud ano, tak to musí pryč. Maximálně jako hračka do dodatku.)

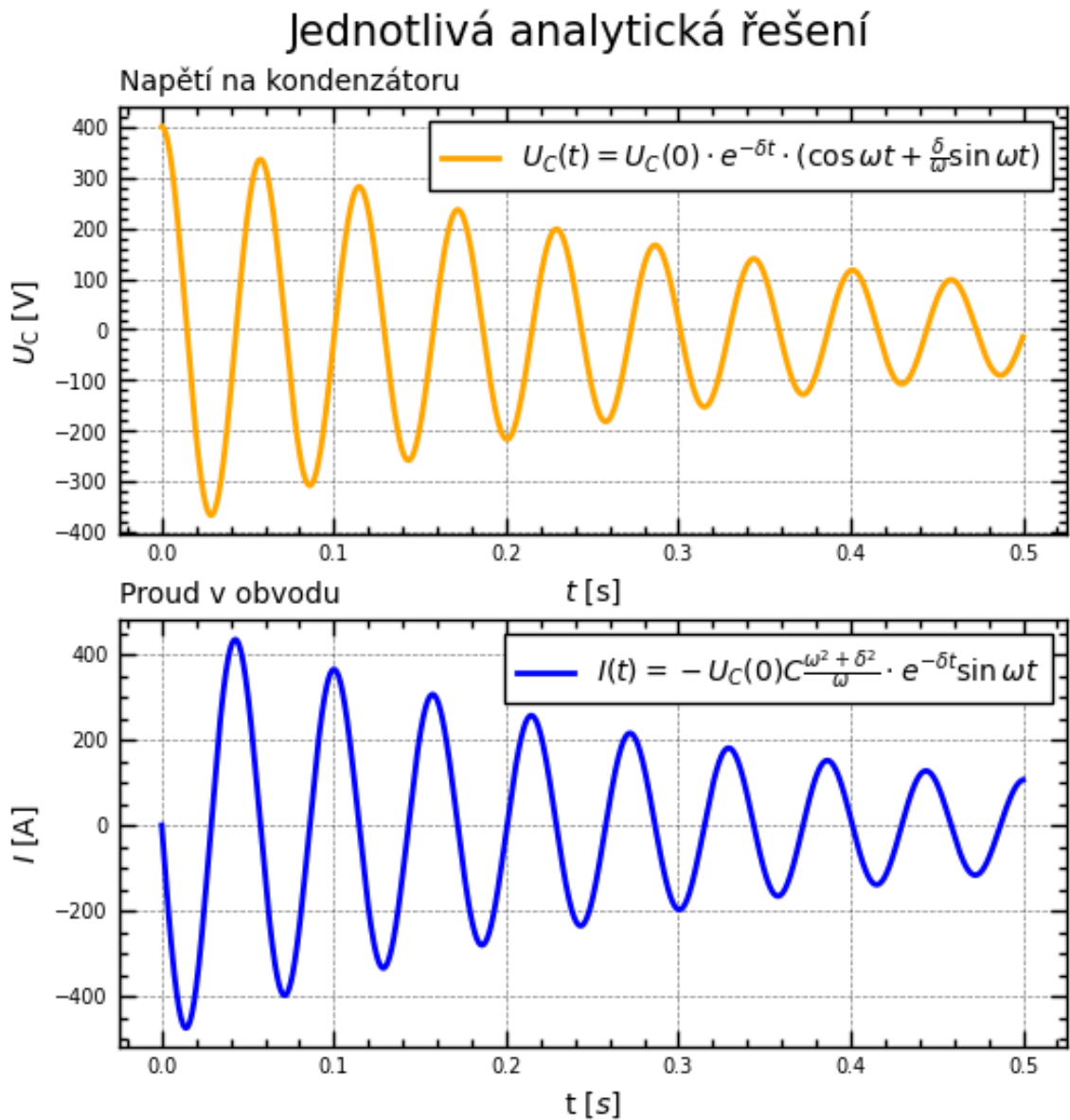
Pro ukázkou využijeme hodnot charakterizujících primární obvod tokamaku GOLEM z [table_top_Hudec]. Konkrétní hodnoty primárního obvodu tokamaku GOLEM jsou:

$$\begin{aligned}
 R &= 45 \text{ m}\Omega \\
 L &= 7.35 \text{ mH} \\
 C &= 11.3 \text{ mF} \\
 U_0 &= 400 \text{ V}.
 \end{aligned} \tag{1.24}$$

(Bylo by vhodné zachovávat označení veličin, nevím, L_1 apod.) (Honzo, kde jste vzal R a L ???)

Po dosazení parametrů (??) do rovnic (??) a (??) a vykreslení například pomocí Python (vzorový kod zde) dostáváme jednotlivé průběhy funkcí $U_C(t)$ a $I(t)$, které

jsou k nahlédnutí na obrázku ???. Lze si povšimnout, že v obou případech se jedná o specifické harmonické průběhy, což bychom z [stoll] očekávali.



Obrázek 1.5: Ukázka analytických řešení RLC obvodu $U_C(t)$ a $I(t)$.

1.4.2 Numerické řešení RLC

V této sekci se zaměříme na numerické modelování obvodu z ???. Budeme vycházet ze stejných předpokladů, jako v odvození analytického řešení. Hlavním předpokladem bude, že obvod je bez zdrojů a dané součástky jsou zapojeny sériově. Pro takový obvod platí, že celkové napětí je rovno součtu dílčích napětí popsáno vztahem (?). Nyní lehce modifikujeme rovnici pro konstrukci numerického modelu, konkrétně pozměníme vztah pro definování napětí na kondenzátoru pomocí funkce náboje $Q(t)$

a tedy pro dílčí napětí bude platit:

$$\begin{aligned}U_R(t) &= R \cdot I(t) \\U_L(t) &= L \cdot \frac{dI(t)}{dt} \\U_C(t) &= \frac{Q(t)}{C}.\end{aligned}\tag{1.25}$$

Po dosazení (??) do (??) dostaneme rovnost:

$$R \cdot I(t) + L \cdot \frac{dI(t)}{dt} + \frac{Q(t)}{C} = 0\tag{1.26}$$

Když tuto celou rovnost (??) ještě podělíme L a použijeme definici proudu, která je dána vztahem $I = \frac{dQ}{dt}$, tak dostaneme proudovou rovnici ve tvaru:

(Proudová?? Snad nábojová, ne? A proč jste to převedl na náboj?)

$$\frac{d^2Q(t)}{dt^2} + R \frac{dQ(t)}{dt} + \frac{1}{C}Q(t) = 0.\tag{1.27}$$

Nyní s využitím vztahů (??) převedeme rovnici (??) do elegantnějšího tvaru:

$$\frac{d^2Q(t)}{dt^2} + 2\delta \frac{dQ(t)}{dt} + \omega_0^2 Q(t) = 0.\tag{1.28}$$

Ve výše uvedené rovnici (??) se jedná o obyčejnou diferenciální rovnici druhého řádu s konstantními koeficienty s nulovou pravou stranou. Nyní bychom rádi výše upravenou rovnost řešili nějakou vhodnou numerickou metodou. Většina numerických metod je šita na míru rovnicím s první derivací. Mezi takové numerické metody můžeme řadit Eulerovu, nebo Runge-Kuttovy metody, které vyžadují tvar:

$$\begin{aligned}\frac{dy}{dt} &= f(t, y) \\y(t_0) &= y_0,\end{aligned}\tag{1.29}$$

kde $y(t_0) = y_0$ je okrajová podmínka. Z toho důvodu je zapotřebí rovnost (??) převést na tvz. **kanonický tvar**, což se dělá pomocí triviální substituce zavedením nové proměnné, která bude obsahovat první derivaci neznámé funkce a tak dojde ke snížení řádu. V našem případě (??) by snížení řádu proběhlo následovně:

$$\begin{aligned}q(t) &= \frac{dQ(t)}{dt} \\ \frac{dq(t)}{dt} &= -2\delta q(t) + \omega_0^2 Q(t) \\ Q(0) &= U_C(0) \cdot C \\ q(0) &= \frac{dQ(0)}{dt} = I(0) = 0,\end{aligned}\tag{1.30}$$

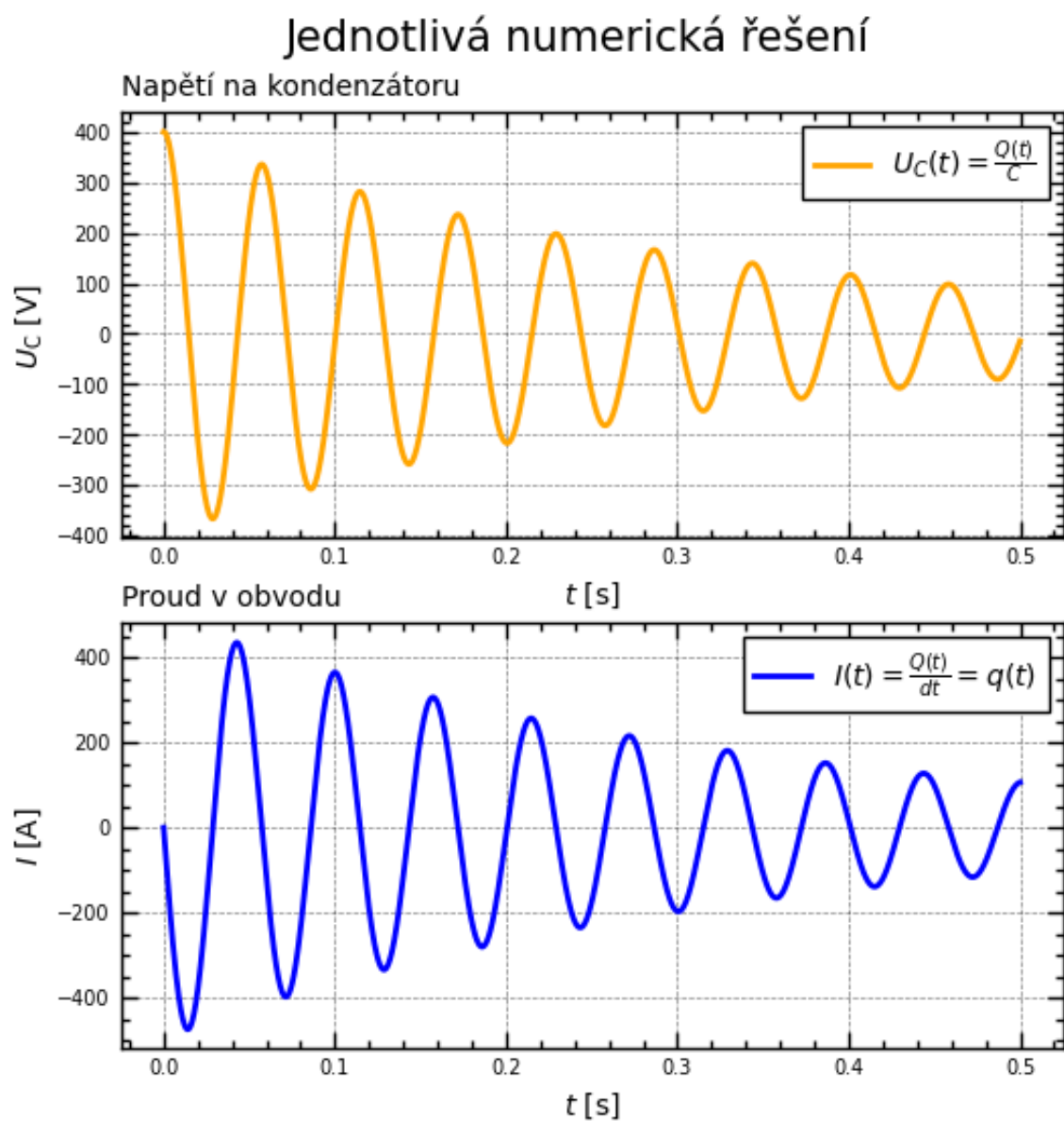
kde $Q(0)$ a $q(0)$ jsou příslušné počáteční podmínky. Pro řešení systému rovnic (??) využijeme knihovny Sci-Py v pythonu a využijeme Odeint solveru pro diferenciální rovnice. Výstupem modelu v pythonu budou funkce $q(t)$ a $Q(t)$. Hledané funkce dostaneme ze vztahů pro náboj následovně:

$$\begin{aligned} I(t) &= \frac{Q(t)}{dt} = q(t) \\ U_C(t) &= \frac{Q(t)}{C} \end{aligned} \tag{1.31}$$

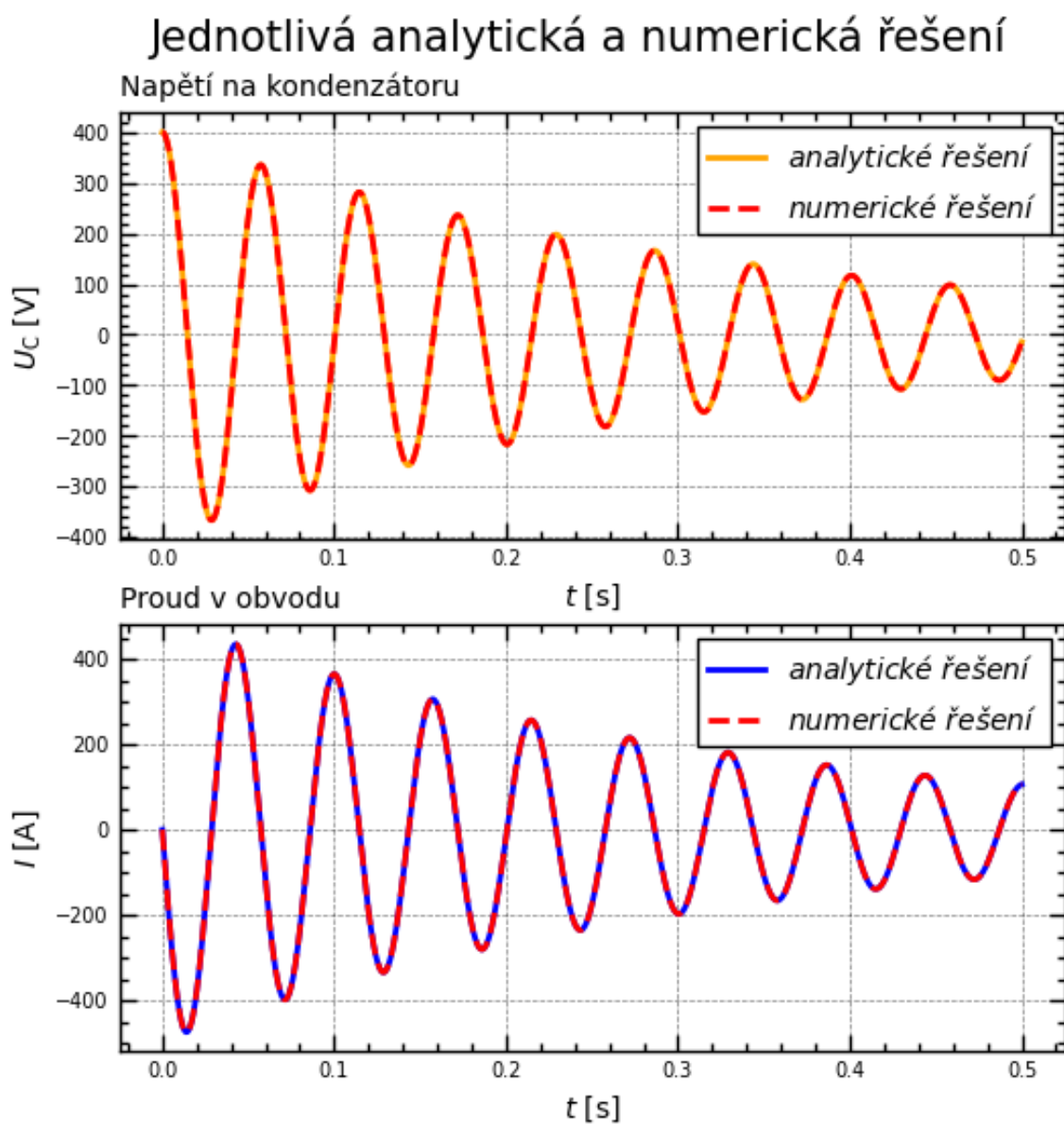
Po zavedení systému rovnic do pythonu a využití vztahů (??) dostáváme následující grafy $U_C(t)$ a $I(t)$, které lze vidět na obrázku ?? . Pro vykreslení byli zvoleny totožné parametry (??) jako v případě analytického modelu. (vzorový kod zde).

Porovnání analytického a numerického řešení

Abychom prokázali správnost numerického řešení ?? tak jej porovnáme s analytickým řešením ?? pro stejnou volbu parametrů (??). Jednotlivá porovnání jsou k nahlédnutí na obrázku ?? (Vzorový kod zde). Z obrázku ?? lze vidět, že analytická a k nim příslušná numerická řešení se dokonale překrývají a lze tedy numerický model považovat za funkční.



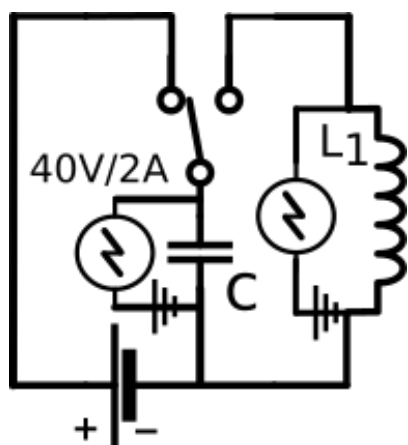
Obrázek 1.6: Ukázka numerických řešení RLC obvodu $U_C(t)$ a $I(t)$.



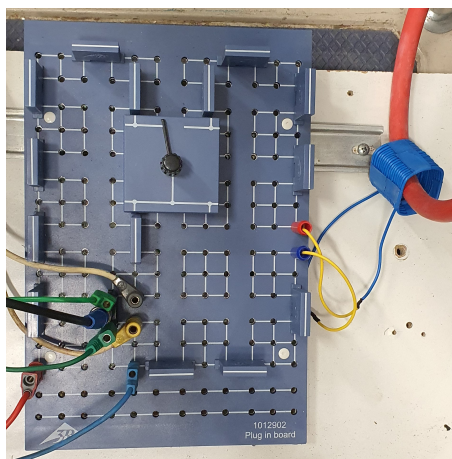
Obrázek 1.7: Srovnání analytického a numerického řešení pro funkce $U_C(t)$ a $I(t)$.

1.4.3 Laboratorní verze RLC

V první fázi konstrukce table-top experimentu začneme nejjednodušším RLC modelem. K tomu využijeme elektronické stavebnice Helago, která se ukazovala jako nejvhodnější co se přehlednosti týče. Jako spínač bylo využito prozatím manuálního spínače. Jako zdroj bylo využito programovatelného zdroje Rigol DP831A. Nakonec jako simulaci kondenzátorové baterie jsme využili kondenzátor o kapacitě $50\ \mu\text{F}$ a jako primární vinutí nám posloužil tenký drát ze kterého byla namotána cívka o 18 závitů o průřezu cívky odpovídajícímu laboratorní verzi transformátorového jádra, kterého využijeme v další fázi konstrukce. Vše bylo zaznamenáváno pomocí osciloskopu značky Rigol model MSO5204 a pro měření proudu bylo využito ampérmetru FLUKE i2000. Na obrázku ?? je porovnání mezi technologickým elektrickým schématem a jeho laboratorní implementací v podobě elektrické stavebnice Helago a dodatečných komponent. Výsledná konstrukce je na obrázku ??.

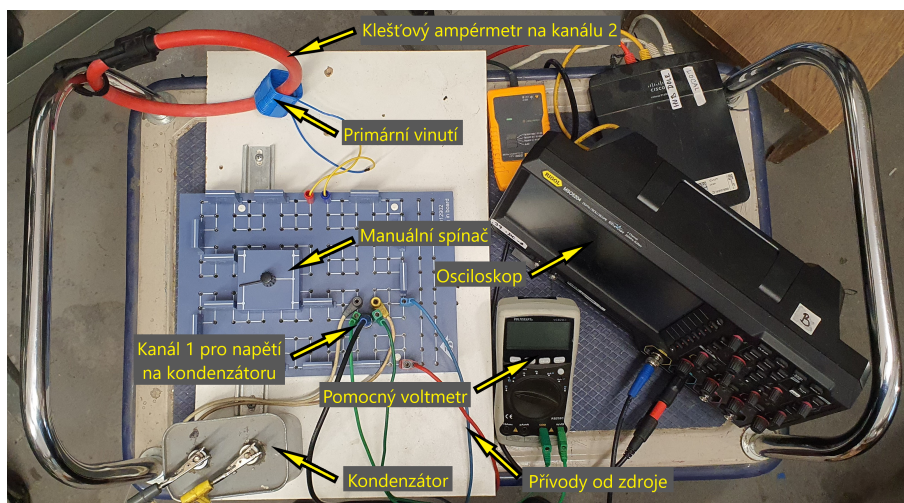


(a) Technologické schéma RLC.



(b) Laboratorní verze RLC.

Obrázek 1.8: Porovnání technologického schématu a laboratorní verze RLC obvodu.



Obrázek 1.9: Ukázka první fáze konstrukce table-top experimentu v podobě RLC obvodu.

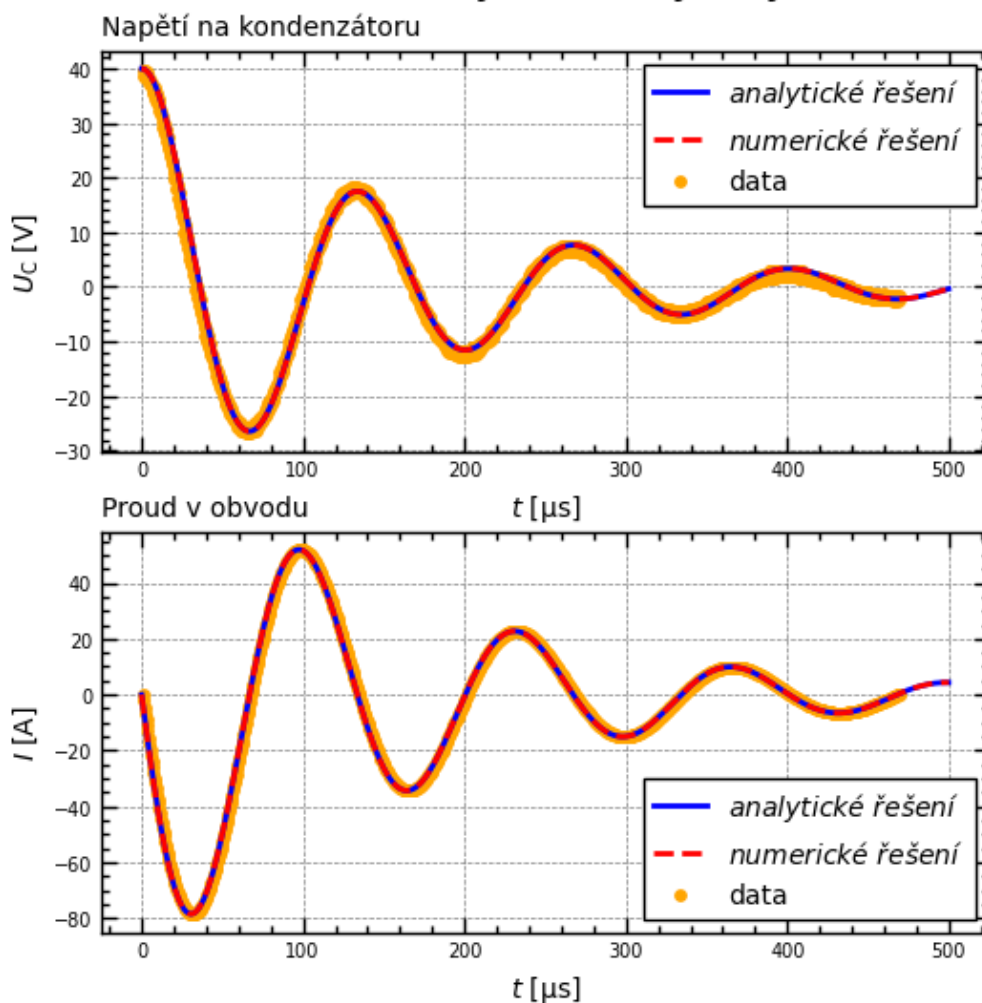
1.4.4 Porovnání Table-top s numerickým modelem

Ze zpracování naměřených dat jsme se dozvěděli přibližné parametry primárního obvodu, které vyšli:

$$\begin{aligned} R &= 0.11 \, \Omega \\ L &= 8.9 \, \mu\text{H} \\ C &= 50 \, \mu\text{F} \\ U_0 &= 40 \, \text{V}. \end{aligned} \tag{1.32}$$

Pro parametry (??) se nám analytické i numerické řešení překrývali společně s naměřenými daty, Výsledné průběhy jsou k nahlédnutí na obrázku ?? (Vzorový kód zde).

Porovnání dat s numerickým a analytickým řešením RLC



Obrázek 1.10: Porovnání dat RLC z table-top experimentu s numerickým a analytickým řešením.

1.5 2. fáze konstrukce table-top experimentu

V této sekci se zaměříme na již zmiňovaný zjednodušující model výboje tokamak GOLEM zvaný vakuový výboj popsáný v sekci vakuový výboj. Ze schématu ?? plyne z Kirchhoffových zákonů soustava diferenciálních rovnic (??), kterou si zde pro zopakování uvedeme ještě jednou a budeme soustavu převádět na vhodný tvar pro numerické řešení. Soustava pro schéma ?? je ve tvaru:

$$\begin{aligned} L_1 \frac{dI_1}{dt} + R_1 I_1 + U_C - M \frac{dI_{ch}}{dt} &= 0 \\ R_{ch} I_{ch} + L_{ch} \frac{dI_{ch}}{dt} + M \frac{dI_1}{dt} &= 0. \end{aligned} \quad (1.33)$$

1.5.1 Numerický model vakuového výboje

Soustava rovnic (??) obsahuje hned trojici neznámých funkcí $U_C(t)$ napětí na kondenzátoru, $I_1(t)$ proud v primárním vinutí a $I_{ch}(t)$ proud komorou reprezentující sekundární vinutí.

Proto v prvním kroku danou soustavu upravíme pomocí definice proudu $I = \frac{dQ}{dt}$. V primární obvodu označíme protékající náboj funkcí $Q(t)$ a náboj protékající sekundárním obvodem označíme jako $q(t)$.

Podle definice zavedeme napětí na kondenzátoru $U_C(t)$, proud primárním obvodem $I_1(t)$ a proud sekundárním obvodem $I_{ch}(t)$ následovně:

$$U_C = \frac{Q}{C}, \quad I_1 = \frac{dQ}{dt}, \quad I_{ch} = \frac{dq}{dt}. \quad (1.34)$$

Po dosazení výrazů (??) do soustavy (??) a vytknutí indukčností u nejvyšších derivací se nám soustava značně změní do tvaru:

$$\begin{aligned} \frac{d^2 Q}{dt^2} - \frac{M}{L_1} \frac{d^2 q}{dt^2} + \frac{R_1}{L_1} \frac{dQ}{dt} + \frac{Q}{L_1 C} &= 0 \\ \frac{d^2 q}{dt^2} + \frac{M}{L_{ch}} \frac{d^2 Q}{dt^2} + \frac{R_{ch}}{L_{ch}} \frac{dq}{dt} &= 0. \end{aligned} \quad (1.35)$$

Ze soustavy diferenciálních rovnic (??) je patrné, že jsme předchozím krokem soustavu převedli soustavu dvou diferenciálních rovnic prvního řádu se třemi neznámými funkcemi $U_C(t)$, $I_1(t)$ a $I_{ch}(t)$ na dvě diferenciální rovnice druhého řádu s neznámými funkcemi $Q(t)$ a $q(t)$. Z nově vzniklé soustavy (??) si lze povšimnout, že jednotlivé rovnice jsou neznámými funkcemi $Q(t)$ a $q(t)$ navzájem provázány, což budeme muset v dalších krocích vyřešit, protože tuto soustavu nelze řešit přímo nějakou numerickou metodou a triviální snížení řádu zde není možné jako v sekci s RLC obvodem pro rovnici (??). Protože se jedná o soustavu dvou diferenciálních rovnic s dvěma neznámými funkcemi, tak budeme potřebovat pro nalezení konkrétního řešení rovnou čtyři počáteční podmínky.

Počáteční podmínky pro neznámé funkce $Q(t)$ a $q(t)$ budou ve tvaru:

$$\begin{aligned} Q(0) &= C \cdot U_C \\ \dot{Q}(0) &= I_1(0) = 0 \\ q(0) &= 0 \\ \dot{q}(0) &= I_{ch}(0) = 0, \end{aligned} \quad (1.36)$$

kde tečka na funkci reprezentuje první časovou derivaci nábojové funkce a z definice víme, že se jedná o elektrický proud. Jak již bylo řečeno v předchozích úvahách, tak daná soustava diferenciálních rovnic je navzájem neznámými funkcemi propojena což má za následek, že nelze klasickým způsobem soustavu převést na nižší řád. V ideálním případě lze nalézt tvz. Kanonický tvar diferenciální rovnice, tj. osamostatnit nejvyšší derivaci od zbytku rovnice. V našem případě by kanonický tvar byl tvořen diferenciální rovnicí druhého řádu a příslušný kanonický tvar by vypadal $y'' = f(x, y, y')$. Pokud takový kanonický tvar lze najít, tak danou rovnici lze pomocí jednoduché substituce:

$$y = w_1, \quad \frac{dy}{dt} = \frac{dw_1}{dt} = w_2, \quad \frac{d^2y}{dt^2} = \frac{dw_2}{dt}, \quad (1.37)$$

převést na dvě rovnice prvního řádu ve tvaru:

$$\frac{d}{dx} \begin{pmatrix} w_1(x) \\ w_2(x) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} w_2 \\ f(x, w_1, w_2) \end{pmatrix}. \quad (1.38)$$

Touto jednoduchou redukcí na systém diferenciálních rovnic prvního řádu lze systém řešit běžnými numerickými metodami pro řešení obyčejných diferenciálních rovnic podobně jako v případě RLC obvodu. Bohužel v našem případě alespoň prozatím tuto redukcí (??) nelze provést kvůli již zmíněné provázanosti, tj. hledané funkce $Q(t)$ a $q(t)$ vystupují v obou rovnicích společně. Proto nelze najít kanonický tvar (??) a bude potřeba danou soustavu ještě upravit.

Tento problém lze vyřešit vhodným zavedením regulární transformace (substituce), která danou soustavu eliminuje od zmiňovaného nedostatku. Takovou substituci lze najít když v obou rovnicích (??) u členů s druhou derivací "vytkneme" tyto derivace následovně:

$$\begin{aligned} \frac{d^2}{dt^2} \underbrace{\left(Q - \frac{M}{L_1} q \right)}_w + \frac{R_1}{L_1} \frac{dQ}{dt} + \frac{Q}{L_1 C} &= 0 \\ \frac{d^2}{dt^2} \underbrace{\left(q + \frac{M}{L_{ch}} Q \right)}_w + \frac{R_{ch}}{L_{ch}} \frac{dq}{dt} &= 0, \end{aligned} \quad (1.39)$$

kde výrazy v závorkách jsou vhodná volba substituce redukování soustavy, kterou označíme novými funkcemi $W(Q(t), q(t))$ a $w(Q(t), q(t))$, které budou závislé na

substituovaných funkcích nábojů $Q(t)$ a $q(t)$. Tedy lze psát, že vhodná substituce je ve tvaru:

$$\begin{aligned} W &\equiv Q - \frac{M}{L_1}q = Q - Kq \\ w &\equiv q + \frac{M}{L_{ch}}Q = q + JQ, \end{aligned} \quad (1.40)$$

kde jsme označili $K = \frac{M}{L_1}$ a $J = \frac{L_{ch}}{M}$ jako pomocné konstanty. K této regulární transformaci potřebujeme i její inverzní zpětnou transformaci, kterou dosadíme do naší soustavy (??). Zpětnou transformaci lze dostat vyřešením soustavy rovnic pro neznámé funkce $Q(t)$, $q(t)$ ve tvaru:

$$\begin{pmatrix} 1 & -K \\ J & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} Q \\ q \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} W \\ w \end{pmatrix}. \quad (1.41)$$

Výše uvedenou soustavu (??) lze řešit například Cramerovým pravidlem [**cramer**]:

$$\begin{aligned} \Delta &= \begin{vmatrix} 1 & -K \\ J & 1 \end{vmatrix} = 1 + JK, \quad \Delta_1 = \begin{vmatrix} W & -K \\ w & 1 \end{vmatrix} = W + Kw, \quad \Delta_2 = \begin{vmatrix} 1 & W \\ J & w \end{vmatrix} = w - JW \\ Q &= \frac{\Delta_1}{\Delta} = \frac{W + Kw}{1 + JK}, \quad q = \frac{\Delta_2}{\Delta} = \frac{w - JW}{1 + JK}, \end{aligned} \quad (1.42)$$

kde Δ , Δ_1 a Δ_2 jsou determinanty potřebné pro Cramerovo pravidlo. Zpětná transformace je tedy ve tvaru:

$$Q = \frac{W + Kw}{1 + JK}, \quad q = \frac{w - JW}{1 + JK}. \quad (1.43)$$

Po provedení námi zvolené transformace z (??), provedením pár úprav, dosazením za K, J a vyjádřením nejvyšších derivací dostaneme rovnice ve tvaru:

$$\begin{aligned} \frac{d^2W}{dt^2} &= -\frac{R_1}{L_1} \frac{1}{1 + JK} \frac{dW}{dt} - \frac{R_1}{L_1} \frac{K}{1 + JK} \frac{dw}{dt} - \\ &\quad - \frac{1}{L_1 C} \frac{1}{1 + JK} W - \frac{1}{L_1 C} \frac{K}{1 + JK} w \\ \frac{d^2w}{dt^2} &= -\frac{R_{ch}}{L_{ch}} \frac{1}{1 + JK} \frac{dw}{dt} + \frac{R_{ch}}{L_{ch}} \frac{J}{1 + JK} \frac{dW}{dt}. \end{aligned} \quad (1.44)$$

Tento tvar (??) už lze snadno převést pomocí (??) na požadovaný kanonický tvar (??) vhodný pro aplikaci příslušné numerické metody. Zavedeme následující substituci:

$$\Omega_1 = W, \quad \Omega_2 = \frac{d\Omega_1}{dt} = \frac{dW}{dt}, \quad \Omega_3 = w, \quad \Omega_4 = \frac{d\Omega_3}{dt} = \frac{dw}{dt}. \quad (1.45)$$

Po aplikaci (??) dostaneme následující soustavu čtyřech diferenciálních rovnic prvního řádu, které jsou ve tvaru:

$$\begin{aligned}
 \frac{d\Omega_1}{dt} &= \Omega_2 \\
 \frac{d\Omega_2}{dt} &= -\frac{R_1}{L_1} \frac{1}{1+JK} \Omega_2 - \frac{R_1}{L_1} \frac{K}{1+JK} \Omega_4 - \\
 &\quad - \frac{1}{L_1 C} \frac{1}{1+JK} \Omega_1 - \frac{1}{L_1 C} \frac{K}{1+JK} \Omega_3 \\
 \frac{d\Omega_3}{dt} &= \Omega_4 \\
 \frac{d\Omega_4}{dt} &= -\frac{R_{ch}}{L_{ch}} \frac{1}{1+JK} \Omega_4 + \frac{R_{ch}}{L_{ch}} \frac{J}{1+JK} \Omega_2.
 \end{aligned} \tag{1.46}$$

Lze si povšimnout, že v (??) se opakuje ve více případech stejné výrazy a proto si zavedeme pomocné substituce ve tvaru:

$$\begin{aligned}
 K_1 &= \frac{1}{1+JK} \\
 K_2 &= \frac{K}{1+JK} \\
 K_3 &= \frac{J}{1+JK} \\
 \delta_1 &= \frac{R_1}{2L_1} \\
 \delta_{ch} &= \frac{R_{ch}}{2L_{ch}} \\
 \omega_{01} &= \frac{1}{\sqrt{L_1 C}},
 \end{aligned} \tag{1.47}$$

kde K_1 , K_2 , K_3 jsou konstanty a δ_1 je dekrement útlumu primárního obvodu, δ_{ch} je dekrement útlumu sekundárního obvodu a ω_{01} je vlastní frekvence primárního obvodu obdobně jako u RLC obvodu. S použitím (??) můžeme (??) přepsat a rovnou převést pro přehlednost do matickového tvaru následovně:

$$\frac{d}{dt} \begin{pmatrix} \Omega_1(t) \\ \Omega_2(t) \\ \Omega_3(t) \\ \Omega_4(t) \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ -\omega_{01}^2 K_1 & -2\delta_1 K_1 & -\omega_{01}^2 K_2 & -2\delta_1 K_2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 2\delta_{ch} K_3 & 0 & -2\delta_{ch} K_3 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \Omega_1(t) \\ \Omega_2(t) \\ \Omega_3(t) \\ \Omega_4(t) \end{pmatrix}. \tag{1.48}$$

Nyní už jen zbývá stavit počáteční podmínky pro (??) v řeci nových proměnných, které budou ve tvaru:

$$\vec{\Omega}(0) = \begin{pmatrix} \Omega_1(0) \\ \Omega_2(0) \\ \Omega_3(0) \\ \Omega_4(0) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} Q(0) - Kq(0) \\ I_1(0) - KI_{ch}(0) \\ q(0) + JQ(0) \\ I_{ch}(0) + JI_1(0) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} CU_C(0) \\ 0 \\ JCU_C(0) \\ 0 \end{pmatrix}. \tag{1.49}$$

Pro řešení soustavy rovnic (??) jsem použil opět knihovnu SciPy a funkci Odeint a tak našel konkrétní tvary řešení pro $\vec{\Omega}(0)$ (Vzorový kod zde). Nyní už zbývá pouze danou soustavu převést zpět do původních proměnných $Q(t)$ a $q(t)$ a to za pomoci již připravené (??) zpětné transformace souřadnic a vyřešením příslušné soustavy obdobně jako (??) dostaneme:

$$\begin{aligned} W = \Omega_1 &= Q - Kq, & K &= \frac{M}{L_1} \\ w = \Omega_3 &= q + JQ, & J &= \frac{M}{L_{ch}} \\ Q &= \frac{\Omega_1 + K\Omega_3}{1 + JK}, & q &= \frac{\Omega_3 - J\Omega_1}{1 + JK}. \end{aligned} \quad (1.50)$$

Po aplikaci zpětné transformace (??) v předchozím kroku už zbývá pouze zapsat výsledné tvary řešení našich hledaných fyzikálních funkcí. Konkrétně výslednou funkci vybíjení kondenzátoru $U_C(t)$, proud protékající tímto primárním obvodem $I_1(t)$ a nakonec indukovaný proud protékající sekundárním obvodem $I_{ch}(t)$. Využijme zde definice daných veličin (??) a zapíšeme je pomocí naiterovaných řešení z (??). Výsledná řešení jsou ve tvaru:

$$\begin{aligned} U_C(t) &= \frac{Q(t)}{C} = \frac{1}{C} \frac{1}{1 + JK} \Omega_1(t) + \frac{1}{C} \frac{K}{1 + JK} \Omega_3(t) \\ I_1(t) &= \frac{dQ}{dt} = \frac{1}{1 + JK} \frac{d\Omega_1(t)}{dt} + \frac{K}{1 + JK} \frac{d\Omega_3(t)}{dt} = \\ &= \frac{1}{1 + JK} \Omega_2(t) + \frac{K}{1 + JK} \Omega_4(t) \\ I_{ch}(t) &= \frac{dq}{dt} = \frac{1}{1 + JK} \frac{d\Omega_3(t)}{dt} - \frac{J}{1 + JK} \frac{d\Omega_1(t)}{dt} = \\ &= \frac{1}{1 + JK} \Omega_4(t) - \frac{J}{1 + JK} \Omega_2(t). \end{aligned} \quad (1.51)$$

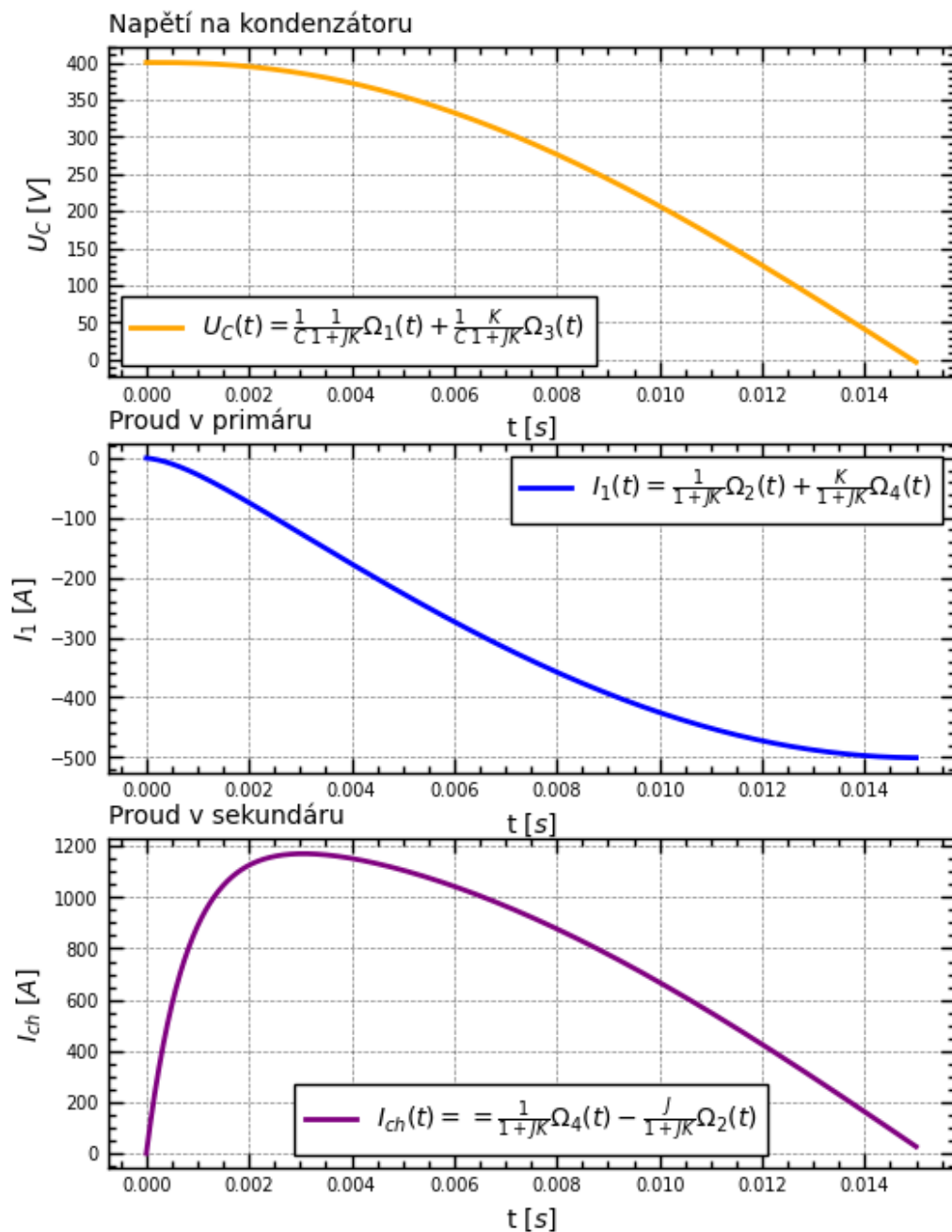
Pro vykreslení konkrétních řešení využijeme pro ukázkou parametry z [table_top_Hudec] pro primární vinutí tokamaku GOLEM stejně jako u RLC a jako sekundární vinutí využijeme dostupně informace o parametrech vakuové komory reprezentující tento obvodu:

$$\begin{aligned} R_1 &= 45 \text{ m}\Omega \\ L_1 &= 7.35 \text{ mH} \\ C &= 11.3 \text{ mF} \\ U_0 &= 400 \text{ V} \\ R_{ch} &= 9.7 \text{ m}\Omega \\ L_{ch} &= 20 \text{ }\mu\text{H} \\ M &= 0.22 \text{ mH}, \end{aligned} \quad (1.52)$$

kde první sada veličin reprezentuje parametry primárního obvodu, druhá sada reprezentuje parametry komory a poslední veličina M reprezentuje vzájemnou indukčnost mezi těmito obvody. Pro volbu těchto parametrů dostáváme z pythonu následující průběhy veličin $U_C(t)$ $I_1(t)$ a $I_{ch}(t)$ na obrázku ??.

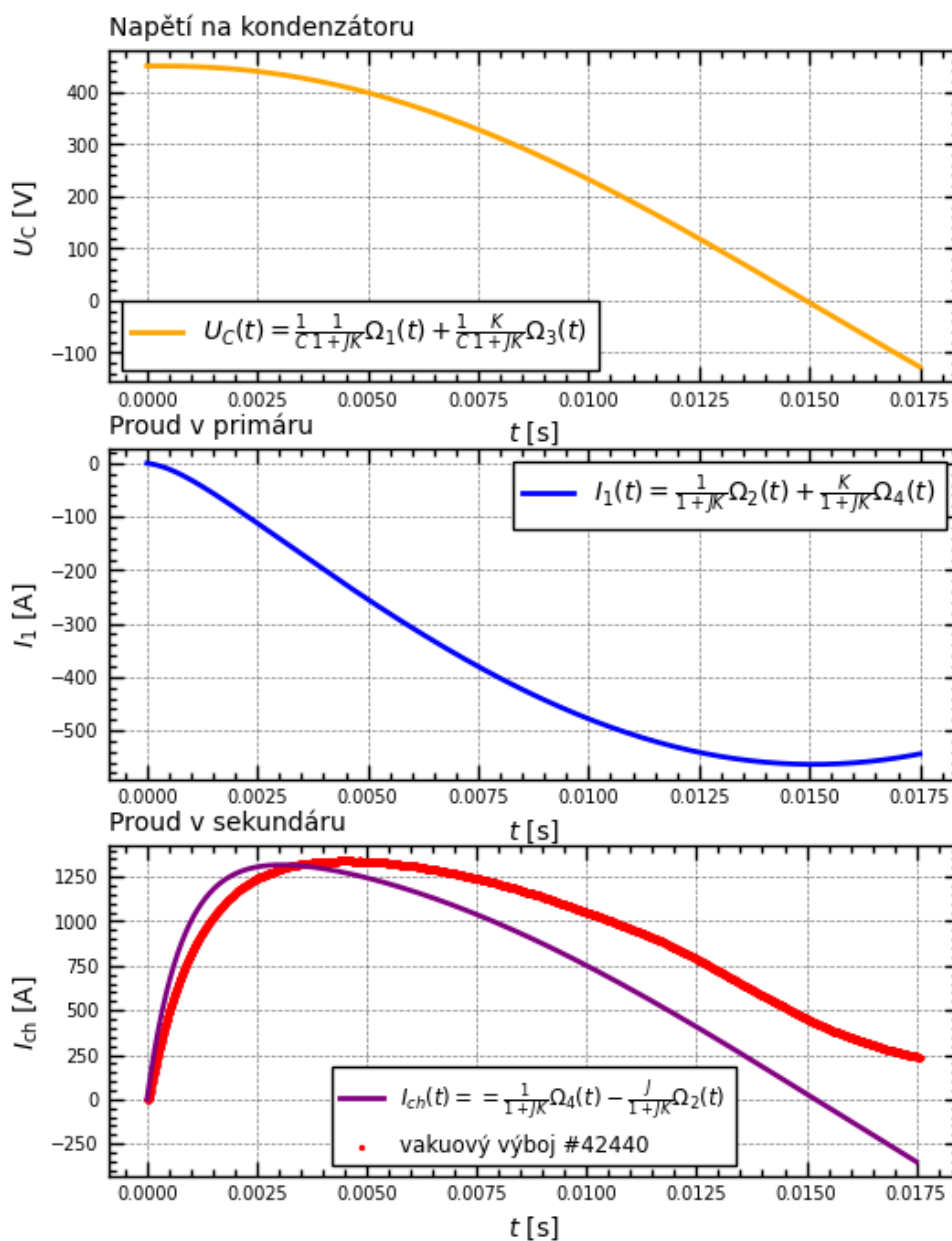
Nyní zbývá ověřit, zda-li model v rozumné míře simuluje generování proudu v komoře. Pro tyto účely využijeme vakuového výboje číslo 42440 z GOLEM databáze. Na obrázku ?? je porovnání numerického modelu s naměřenými daty [vyboj_42440] z tokamaku GOLEM. Z grafu ?? je patrné, že numerická simulace ne zcela reprezentuje naměřená data, ale co se hodnoty proudu týče, tak řádově odpovídá realným hodnotám. Je nutné říci, že numerický model je značně idealizovaný a proto ne úplně dobře reprezentuje naměřená data. Mezi faktory, které by na odlišnosti řešení mohli mít vliv bychom mohli řadit vliv tyristoru na průběh výboje, a také na netriviální vlastnosti proudění magnetického indukčního toku kovovým transformátorovým jádrem tokamaku GOLEM. Přesto můžeme říci, že numerický model alespoň řádově odpovídá realitě.

Jednotlivá Numerická řešení



Obrázek 1.11: Ukázka numerických řešení vakuového výboje tokamaku GOLEM pro $U_C(t)$, $I_1(t)$ a $I_{ch}(t)$.

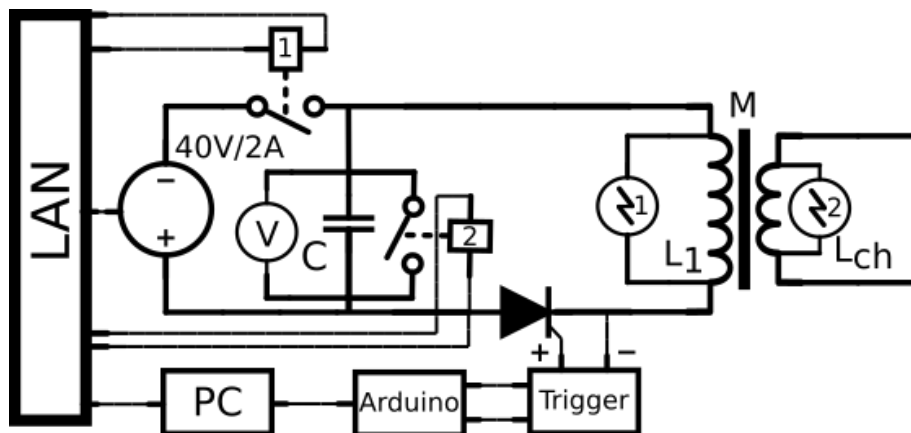
Porovnání numerického řešení s vakuovým výbojem



Obrázek 1.12: Porovnání numerického modelu s daty vakuového výboje na tokamaku GOLEM výboje číslo 42440 s nabíjecím napětím $U_0 = 450$ V

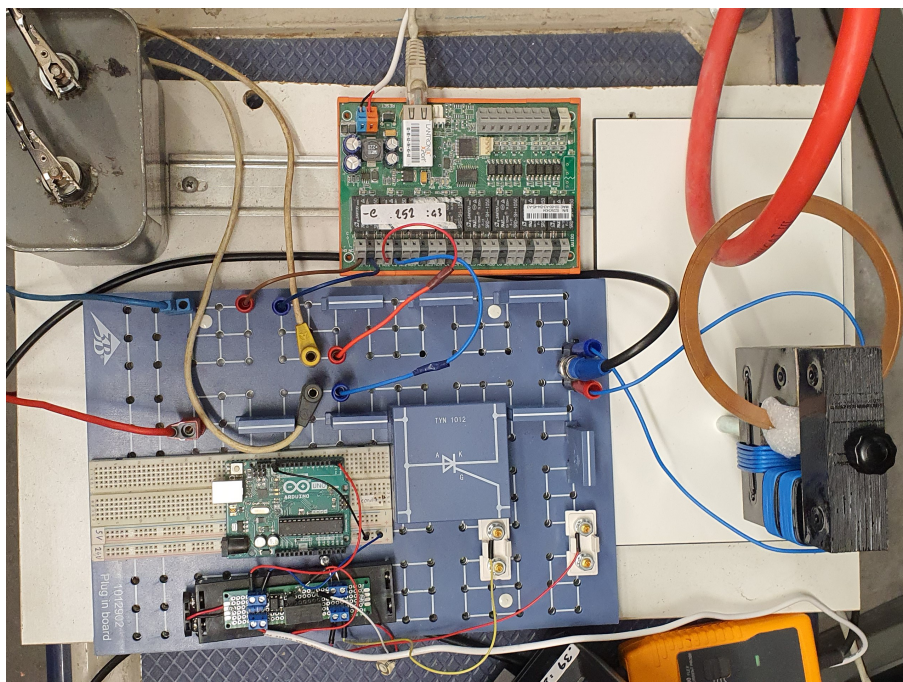
1.5.2 Laboratorní verze vakuového výboje

Nyní se opět o kousek blíže přiblížíme zapojení tokamaku GOLEM a to implementací tyristoru do obvodu, který budeme spouštět pomocí Arduino. Na obrázku ?? lze vidět technologické schéma zapojení daných komponent.



Obrázek 1.13: Technologické schéma zapojení 2.fáze table-top experimentu.

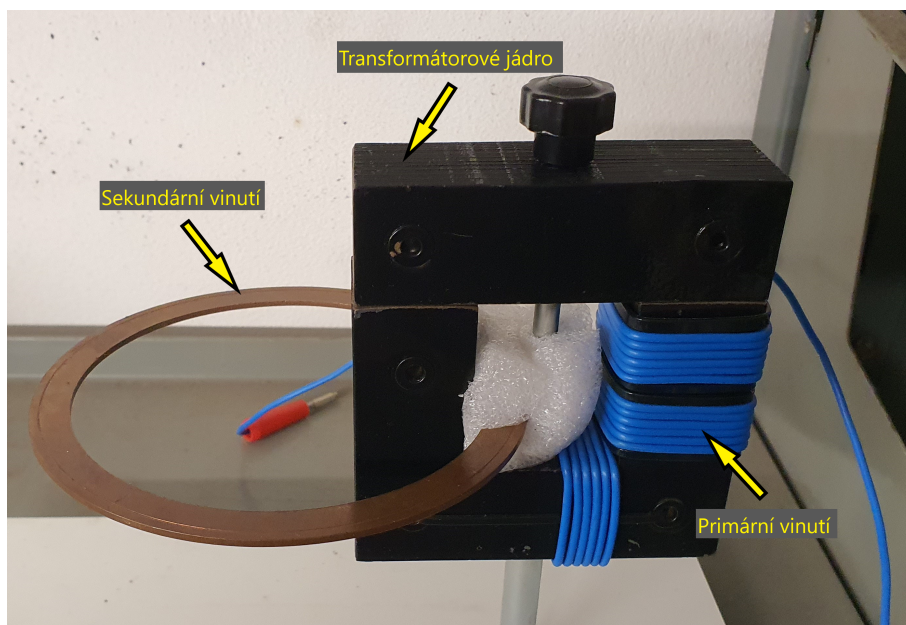
Z obrázku ?? lze vidět, že všechny komponenty jako zdroj, pomocná relátka, tyristor jsou ovládány prostřednictvím dálkového ovládání přes internet obdobně jako tokamak GOLEM což vede k jisté automatizaci. Co už není patrné z obrázku je fakt, že i osciloskop je též ovládám dálkově. Relátka 1 slouží k oddělení zdroje od vybíjení kondenzátoru a relátka 2 slouží jako zkratovací obvod pro vybití zbytkové energie z kondenzátoru. První kanál osciloskopu zaznamenává vybíjení kondenzátoru. Druhý kanál zaznamenává též vybíjení kondenzátoru do cívky, tento kanál slouží spíše jako kontrola, že vše funguje jak má a nedochází v obvodu k nějakému zkratu. Třetí kanál zaznamenává pomocí klešťového ampérmetru proud v simulované komoře. Zdroj byl nabíjen na maximálně 40V/2A. Počítač sloužil jednak k ovládání celé sestavy, ale jednak jako spouštěč programu do arduina, které sloužilo pro vysílání krátkého napěťového signálu do triggeru. Trigger v obvodu slouží jako galvanické oddělení od silové části obvodu s kondenzátorem pomocí fotorezistoru. Signál z arduina projde triggerem dále k tyristoru, který tak krátkým napěťovým impulsem otevře tyristor a dojde k vybití kondenzátoru a propuštění pouze první půlvlny napětí z kondenzátoru. To je důležité z hlediska udržení plazmatu v komoře, protože aby plazma bylo v čase stabilní, tak nesmíme v průběhu výboje používat střídavý proud. To je z důvodu, že by došlo k otočení směru urychlení částic v komoře a v tomto okamžiku by plazmatický prstenec byl destabilizován a došlo by k zániku plazmatu v komoře tokamaku. Pro porovnání s technologickým schématem z obrázku ?? je k dispozici i jeho laboratorní implementace na obrázku ??.



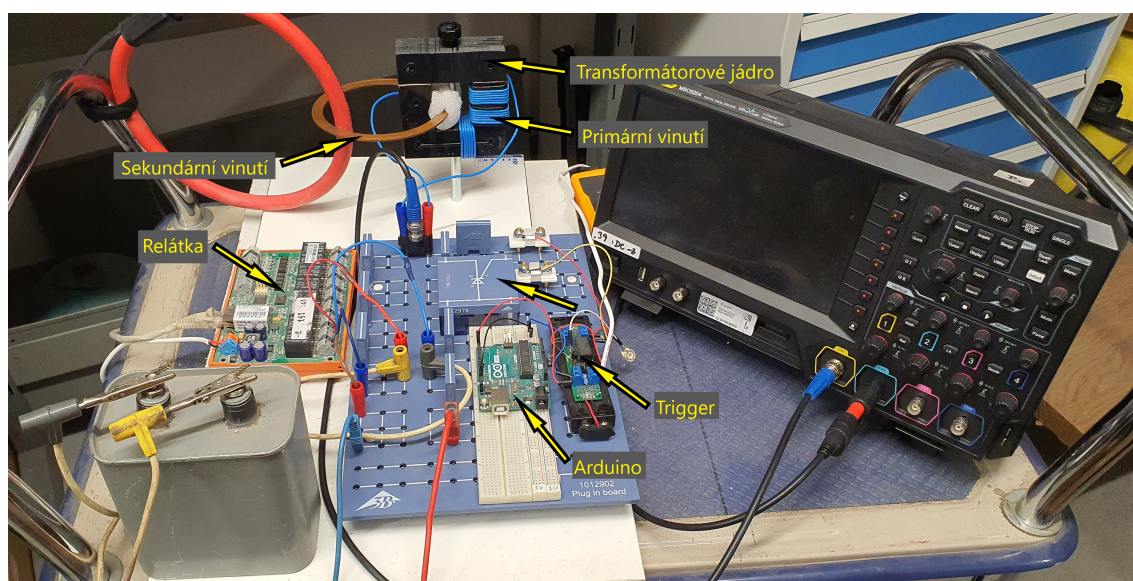
Obrázek 1.14: Laboratorní zapojení 2.fáze table-top experimentu.

Jako simulování transformátorového jádra bylo využito laboratorní verze transformátorového jádra od značky Helago. Primár byl sestaven z namotaného drátu o 3x šesti závitech rozmístěných podobně jako na tokamaku GOLEM a jako sekundární vinutí nám posloužil měděný těsnicí kroužek jako simulování komory tokamaku. Detailní popis je na obrázku ???. Popis použitých komponent v 2. fázi table-top experimentu je na obrázku ??, kde jsou popsány komponenty, které byli použity navíc oproti RLC obvodu.

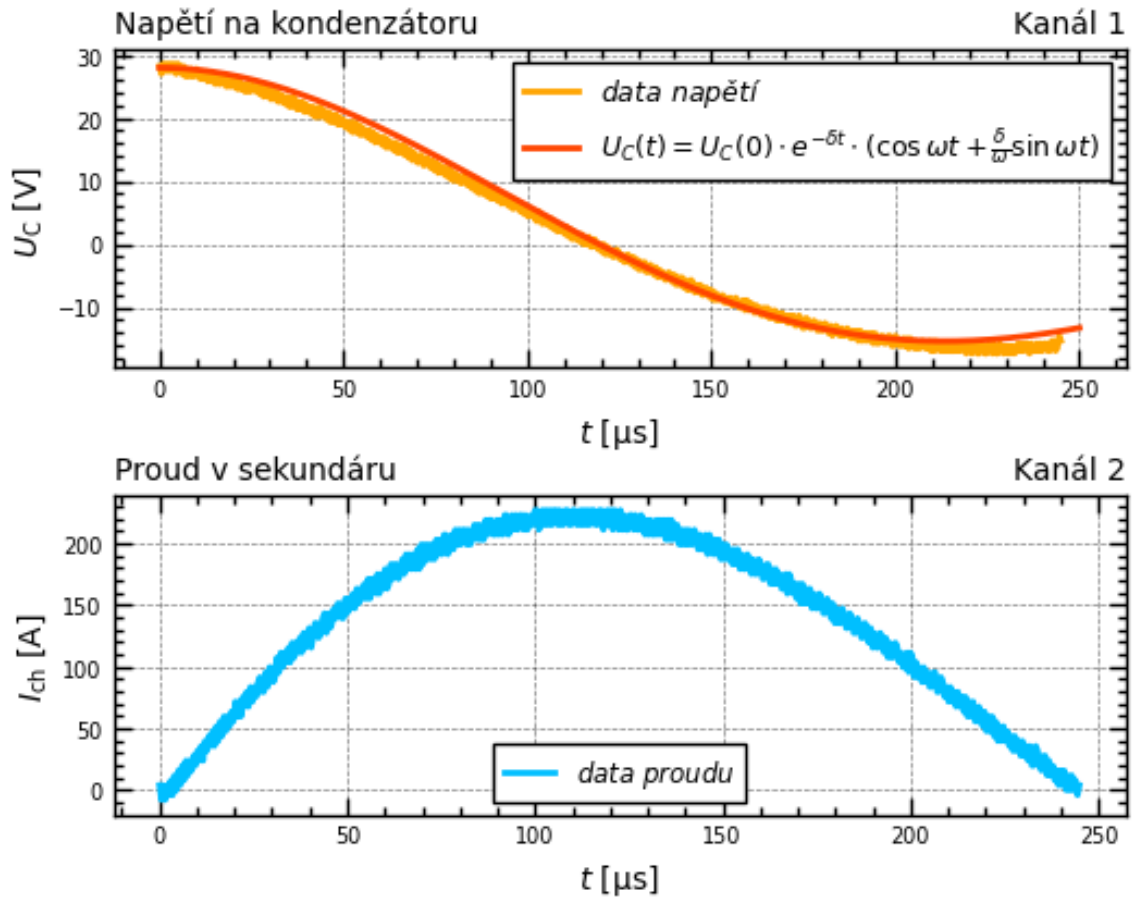
Po úspěšném zprovoznění tyristoru v obvodu se poměrně znatelně změnilo časové okno table-top experimentu. V RLC obvodu viz. ?? během prvních 250 mikrosekund byly zaznamenány přibližně dvě celé periody, přičemž v obvodu s tyristorem byla během stejného času propuštěna pouze první půlperioda kosinu, který je charakteristický pro vybití kondenzátoru. Z toho plyne, že se parametry obvodu museli značně změnit, protože parametry obvodu jako odpor, indukčnost a kapacita mají přímý vliv na průběh proudu a napětí v obvodu. Z toho důvodu bylo nutné nalézt opětovně parametry primárního obvodu s tyristorem a následně zjistit parametry sekundárního obvodu. Pro nalezení odhadu parametrů primárního obvodu bylo využito aproximace primárního vinutí analytickým řešením RLC obvodu, kde napětí na kondenzátoru a kapacita kondenzátoru byli brány jako pevné konstanty. Vykreslená data jsou k nahlédnutí na obrázku ??.



Obrázek 1.15: Laboratorní zapojení 2.fáze table-top experimentu.



Obrázek 1.16: Popis použitých komponent 2.fáze table-top experimentu.



Obrázek 1.17: Ukázka naměřených dat z 2.fáze table-top experimentu a také proložení dat napětí na kondenzátoru přibližným analytickým řešením RLC obvodu. Kondenzátor byl nabíjen na 30V.

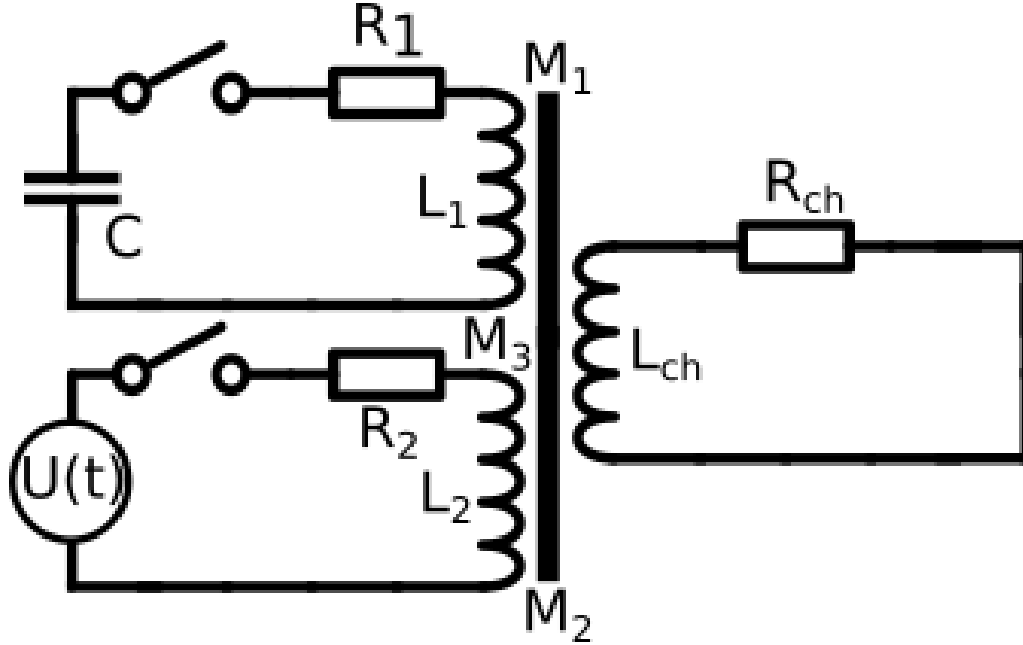
Z obrázku ?? si lze povšimnout, že analytické řešení RLC obvodu poměrně dobře aproximuje napětí na kondenzátoru. Parametry obvodu pro primární vinutí po této aproximaci vyšli:

$$\begin{aligned} R_1 &= 0.5 \, \Omega \\ L_1 &= 89 \, \mu\text{H} \\ C &= 50 \, \mu\text{F} \\ U_0 &= 28 \, \text{V}, \end{aligned} \tag{1.53}$$

kde napětí bylo sice nabíjeno na 30 Voltů, ale je nutné zmínit, že mezi odpojením zdroje a sepnutím tyristoru proběhla lehká latence, která způsobila vybití kondenzátoru před sepnutím tyristoru přibližně o 2 Volty a proto je ve (??) uvedeno 28 Voltů. Čeho si lze dále povšimnout, že v obvodu při použití tyristoru došlo k navýšení odporu a také k navýšení indukčnosti. Tento fakt dává smysl, protože navýšení indukčnosti způsobuje prodloužení periody v obvodu. Použitý kod je k dispozici zde. Pro zjištění parametrů

1.6 3. fáze konstrukce table-top experimentu

V této finální fázi se budeme zabývat modelem vakuového výboje, kdy přidáme ještě jeden přídatný primární obvod s proudovým zesilovačem reprezentovaným dodatečným zdrojem napětí. Takový obvod lze reprezentovat následujícím zjednodušeným elektrickým schématem na obrázku ??.



Obrázek 1.18: Elektrické schéma vakuového výboje s dodatečným primárním vinutím.

Na obrázku ?? je oproti předchozí fázi konstrukce přídatné primární vinutí s odporem R , indukčností L_2 a zdrojem napětí $U(t)$ reprezentující výstup z proudového zesilovače. Navíc zde budou vystupovat dodatečné vzájemné indukčnosti M_1 , M_2 a M_3 , které jsou dány vztahy:

$$\begin{aligned} M_1 &= k \cdot \sqrt{L_1 L_{ch}} \\ M_2 &= k \cdot \sqrt{L_2 L_{ch}} \\ M_3 &= k \cdot \sqrt{L_1 L_2}, \end{aligned} \quad (1.54)$$

kde M_1 je vzájemná indučnost mezi primárem s kondenzátorem a komorou, M_2 je vzájemná indučnost mezi primárem se zesilovačem a komorou a M_3 je vzájemná indučnost mezi primáry navzájem. Schéma ?? lze popsat následujícím systémem diferenciálních rovnic:

$$\begin{aligned} L_1 \frac{dI_1}{dt} + R_1 I_1 + U_C - M_1 \frac{dI_{ch}}{dt} - M_3 \frac{dI_2}{dt} &= 0 \\ L_2 \frac{dI_2}{dt} + R_2 I_2 - M_2 \frac{dI_{ch}}{dt} + M_3 \frac{dI_1}{dt} &= U(t) \\ L_{ch} \frac{dI_{ch}}{dt} + R_{ch} I_{ch} + M_1 \frac{dI_1}{dt} + M_2 \frac{dI_2}{dt} &= 0, \end{aligned} \quad (1.55)$$

kde $I_1(t)$ je proud v primárním vinutí s kondenzátorem, $I_2(t)$ je proud v primárním vinutí se zesilovačem, $I_{ch}(t)$ je proud komorou reprezentující sekundární vinutí a $U_C(t)$ je napětí na kondenzátoru.

1.6.1 Numerický model vakuového výboje s přídavným primárem

Nyní bychom chtěli sestavit příslušný numerický model popisující systém rovnic z (??), ale nejdříve uděláme opět lehké zjednodušení a napočítáme systém prozatím bez působení zesilovače, který bude dán rovnicemi:

$$\begin{aligned} L_1 \frac{dI_1}{dt} + R_1 I_1 + U_C - M_1 \frac{dI_{ch}}{dt} - M_3 \frac{dI_2}{dt} &= 0 \\ L_2 \frac{dI_2}{dt} + R_2 I_2 - M_2 \frac{dI_{ch}}{dt} + M_3 \frac{dI_1}{dt} &= 0 \\ L_{ch} \frac{dI_{ch}}{dt} + R_{ch} I_{ch} + M_1 \frac{dI_1}{dt} + M_2 \frac{dI_2}{dt} &= 0. \end{aligned} \quad (1.56)$$

Pro vyřešení soustavy (??) numericky provedeme převedení soustavy na kanonický tvar obdobně jako u vakuového výboje. Stejně jako u předchozí soustavy rovnic (??) z vakuového výboje budeme muset vyřešit potíž s provázaností nejvyšších derivací a také snížit počet neznámých ze čtyřech neznámých funkcí $I_1(t)$, $I_2(t)$, $I_{ch}(t)$, $U_C(t)$ na tři nábojové rovnice srkze vztahy:

$$I_1 = \frac{dQ_1}{dt}, \quad I_2 = \frac{dQ_2}{dt}, \quad I_{ch} = \frac{dq}{dt}, \quad U_C = \frac{Q_1}{C}, \quad (1.57)$$

kde $Q_1(t)$ je funkce náboje s primárem s kondenzátorem, $Q_2(t)$ je funkce náboje se zesilovačem a $q(t)$ je funkce náboje protékajícího komorou. Když do rovnice (??) dosadíme (??) dostaneme soustavu pouze v řeči funkcí $Q_1(t)$, $Q_2(t)$, $q(t)$ ve tvaru:

$$\begin{aligned} L_1 \frac{d^2 Q_1}{dt^2} + R_1 \frac{dQ_1}{dt} + \frac{Q_1}{C} - M_1 \frac{d^2 q}{dt^2} - M_3 \frac{d^2 Q_2}{dt^2} &= 0 \\ L_2 \frac{d^2 Q_2}{dt^2} + R_2 \frac{dQ_2}{dt} - M_2 \frac{d^2 q}{dt^2} + M_3 \frac{d^2 Q_1}{dt^2} &= 0 \\ L_{ch} \frac{d^2 q}{dt^2} + R_{ch} \frac{dq}{dt} + M_1 \frac{d^2 Q_1}{dt^2} + M_2 \frac{d^2 Q_2}{dt^2} &= 0. \end{aligned} \quad (1.58)$$

Výše uvedená soustava má počáteční podmínky:

$$\begin{aligned} Q_1(0) &= C \cdot U_C \\ \dot{Q}_1(0) &= I_1(0) = 0 \\ Q_2(0) &= 0 \\ \dot{Q}_2(0) &= I_2(0) = 0 \\ q(0) &= 0 \\ \dot{q}(0) &= I_{ch}(0) = 0, \end{aligned} \quad (1.59)$$

kde tečkované veličiny reprezentují časové derivace. V převedené nábojové soustavě (??) "vytkneme" druhé derivace a zavedeme substituci podobně jako u vakového výboje:

$$\begin{aligned} \frac{d^2}{dt^2} \underbrace{(L_1 Q_1 - M_3 Q_2 - M_1 q)}_X + R_1 \frac{dQ_1}{dt} + \frac{Q_1}{C} &= 0 \\ \frac{d^2}{dt^2} \underbrace{(M_3 Q_1 + L_2 Q_2 - M_2 q)}_Y + R_2 \frac{dQ_2}{dt} &= 0 \\ \frac{d^2}{dt^2} \underbrace{(M_1 Q_1 + M_2 Q_2 - L_{ch} q)}_Z + R_{ch} \frac{dq}{dt} &= 0, \end{aligned} \quad (1.60)$$

kde X , Y , Z je vhodná substituce, kterou je třeba zavést na převedení soustavy na kanonický tvar. Tedy pomocná substituce bude ve tvaru:

$$\begin{aligned} X &= L_1 Q_1 - M_3 Q_2 - M_1 q \\ Y &= M_3 Q_1 + L_2 Q_2 - M_2 q \\ Z &= M_1 Q_1 + M_2 Q_2 - L_{ch} q. \end{aligned} \quad (1.61)$$

Ze substituce (??) je třeba ještě napočítat zpětnou substituci potřebnou pro dosazení do (??). Zpětnou substituci lze získat vyřešením následující lineární soustavy soustavy:

$$\begin{pmatrix} L_1 & -M_3 & -M_1 \\ M_3 & L_2 & -M_2 \\ M_1 & M_2 & L_{ch} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} Q_1 \\ Q_2 \\ q \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \end{pmatrix}. \quad (1.62)$$

Soustavu (??) lze vyřešit za pomoci například Cramerova pravidla [**cramer**] a nikoli běžnou metodou řešení lineárních soustav rovnic protože vektor pravé strany je sada funkcí. Pro aplikaci Cramerova pravidla musíme napočítat:

$$\begin{aligned} \Delta &= \begin{vmatrix} L_1 & -M_3 & -M_1 \\ M_3 & L_2 & -M_2 \\ M_1 & M_2 & L_{ch} \end{vmatrix} \\ \Delta_1 &= \begin{vmatrix} X & -M_3 & -M_1 \\ Y & L_2 & -M_2 \\ Z & M_2 & L_{ch} \end{vmatrix} \\ \Delta_2 &= \begin{vmatrix} L_1 & X & -M_1 \\ M_3 & Y & -M_2 \\ M_1 & Z & L_{ch} \end{vmatrix} \\ \Delta_3 &= \begin{vmatrix} L_1 & -M_3 & X \\ M_3 & L_2 & Y \\ M_1 & M_2 & Z \end{vmatrix}, \end{aligned} \quad (1.63)$$

kde Δ , Δ_1 , Δ_2 a Δ_3 jsou pomocné determinanty pro výpočet neznámých funkcí Q_1 , Q_2 a q . První determinant Δ je determinant pouze číselné matice, což lze v pythonu napočítat příslušnou funkcí. Ostatní determinanty Δ_1 , Δ_2 a Δ_3 je zapotřebí ještě více rozepsat, protože obsahuje neznámé funkce X , Y a Z . Proto pro vyřešení

determinantů bude vhodné použít rozvoje determinantu podle sloupce s pomocnými funkcemi X , Y , Z abychom odseparovali neznámé funkce od ostatních konstant. Takový rozvoj bude vypadat:

$$\begin{aligned}
\Delta_1 &= \begin{vmatrix} X & -M_3 & -M_1 \\ Y & L_2 & -M_2 \\ Z & M_2 & L_{ch} \end{vmatrix} = \\
&= (-1)^{1+1} X \underbrace{\begin{vmatrix} L_2 & -M_2 \\ M_2 & L_{ch} \end{vmatrix}}_{d_1} + (-1)^{2+1} Y \underbrace{\begin{vmatrix} -M_3 & -M_1 \\ M_2 & L_{ch} \end{vmatrix}}_{d_2} + (-1)^{3+1} Z \underbrace{\begin{vmatrix} -M_3 & -M_1 \\ L_2 & -M_2 \end{vmatrix}}_{d_3} \\
\Delta_2 &= \begin{vmatrix} L_1 & X & -M_1 \\ M_3 & Y & -M_2 \\ M_1 & Z & L_{ch} \end{vmatrix} = \\
&= (-1)^{1+2} X \underbrace{\begin{vmatrix} M_3 & -M_2 \\ M_1 & L_{ch} \end{vmatrix}}_{d_4} + (-1)^{2+2} Y \underbrace{\begin{vmatrix} L_1 & -M_1 \\ M_1 & L_{ch} \end{vmatrix}}_{d_5} + (-1)^{3+2} Z \underbrace{\begin{vmatrix} L_1 & -M_1 \\ M_3 & -M_2 \end{vmatrix}}_{d_6} \\
\Delta_3 &= \begin{vmatrix} L_1 & -M_3 & X \\ M_3 & L_2 & Y \\ M_1 & M_2 & Z \end{vmatrix} = \\
&= (-1)^{1+3} X \underbrace{\begin{vmatrix} M_3 & L_2 \\ M_1 & M_2 \end{vmatrix}}_{d_7} + (-1)^{2+3} Y \underbrace{\begin{vmatrix} L_1 & -M_3 \\ M_1 & M_2 \end{vmatrix}}_{d_8} + (-1)^{3+3} Z \underbrace{\begin{vmatrix} L_1 & -M_3 \\ M_3 & L_2 \end{vmatrix}}_{d_9},
\end{aligned} \tag{1.64}$$

kde d_i pro $i \in \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$ jsou již pouze číselné determinanty, které lze už spočítat pomocí funkce v pythonu. Nyní už můžeme z Cramerova pravidla napočítat tvary funkcí Q_1 , Q_2 a q následovně:

$$\begin{aligned}
Q_1 &= \frac{\Delta_1}{\Delta} = \underbrace{\frac{d_1}{\Delta}}_{D_1} X - \underbrace{\frac{d_2}{\Delta}}_{D_2} Y + \underbrace{\frac{d_3}{\Delta}}_{D_3} Z \\
Q_2 &= \frac{\Delta_2}{\Delta} = - \underbrace{\frac{d_4}{\Delta}}_{D_4} X + \underbrace{\frac{d_5}{\Delta}}_{D_5} Y - \underbrace{\frac{d_6}{\Delta}}_{D_6} Z \\
q &= \frac{\Delta_3}{\Delta} = \underbrace{\frac{d_7}{\Delta}}_{D_7} X - \underbrace{\frac{d_8}{\Delta}}_{D_8} Y + \underbrace{\frac{d_9}{\Delta}}_{D_9} Z,
\end{aligned} \tag{1.65}$$

kde D_i pro $i \in \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$ je pomocné zjednodušující označení. Nyní

naši substituci (??) a (??) dosadíme do (??) a dostaneme:

$$\begin{aligned}\frac{d^2X}{dt^2} + R_1 \cdot \left(D_1 \frac{dX}{dt} - D_2 \frac{dY}{dt} + D_3 \frac{dZ}{dt} \right) + \frac{1}{C} \cdot (D_1X - D_2Y + D_3Z) &= 0 \\ \frac{d^2Y}{dt^2} + R_2 \cdot \left(-D_4 \frac{dX}{dt} + D_5 \frac{dY}{dt} - D_6 \frac{dZ}{dt} \right) &= 0 \\ \frac{d^2Z}{dt^2} + R_{ch} \cdot \left(D_7 \frac{dX}{dt} - D_8 \frac{dY}{dt} + D_9 \frac{dZ}{dt} \right) &= 0.\end{aligned}\quad (1.66)$$

Podobně jako u vakuového výboje zavedeme sadu substituc, která sníží řád soustavy diferenciálních rovnic. Substitute bude vypadat následovně:

$$\begin{aligned}\Omega_1 &= X, \quad \Omega_2 = \frac{dX}{dt} = \frac{d\Omega_1}{dt} \\ \Omega_3 &= Y, \quad \Omega_4 = \frac{dY}{dt} = \frac{d\Omega_3}{dt} \\ \Omega_5 &= Z, \quad \Omega_6 = \frac{dZ}{dt} = \frac{d\Omega_5}{dt}.\end{aligned}\quad (1.67)$$

Výše uvedené vztahy (??) do soustavy (??) a dostaneme soustavu rovnic, která je již vhodná pro aplikaci funkce Odeint k knihovny SciPy a bude vypadat následovně:

$$\begin{aligned}\frac{d\Omega_1}{dt} &= \Omega_2 \\ \frac{d\Omega_2}{dt} &= -R_1 \cdot (D_1\Omega_2 - D_2\Omega_4 + D_3\Omega_6) - \frac{1}{C} \cdot (D_1\Omega_1 - D_2\Omega_3 + D_3\Omega_5) \\ \frac{d\Omega_3}{dt} &= \Omega_4 \\ \frac{d\Omega_4}{dt} &= -R_2 \cdot (-D_4\Omega_2 + D_5\Omega_4 - D_6\Omega_6) \\ \frac{d\Omega_5}{dt} &= \Omega_6 \\ \frac{d\Omega_6}{dt} &= -R_{ch} \cdot (D_7\Omega_2 - D_8\Omega_4 + D_9\Omega_6).\end{aligned}\quad (1.68)$$

Lze také zapsat v maticové podobě:

$$\frac{d}{dt} \begin{pmatrix} \Omega_1(t) \\ \Omega_2(t) \\ \Omega_3(t) \\ \Omega_4(t) \\ \Omega_5(t) \\ \Omega_6(t) \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{D_1}{C} & -R_1D_1 & \frac{D_2}{C} & R_1D_2 & -\frac{D_3}{C} & -R_1D_3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & R_2D_4 & 0 & -R_2D_5 & 0 & R_2D_6 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & -R_{ch}D_7 & 0 & R_{ch}D_8 & 0 & -R_{ch}D_9 \end{bmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \Omega_1(t) \\ \Omega_2(t) \\ \Omega_3(t) \\ \Omega_4(t) \\ \Omega_5(t) \\ \Omega_6(t) \end{pmatrix} \quad (1.69)$$

Výše uvedenou soustavu (??) budeme řešit pro počáteční podmínky (??) v řeči pomocných proměnných, které jsou rovny:

$$\vec{\Omega}(0) = \begin{pmatrix} \Omega_1(0) \\ \Omega_2(0) \\ \Omega_3(0) \\ \Omega_4(0) \\ \Omega_5(0) \\ \Omega_6(0) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} L_1\dot{Q}_1(0) - M_3\dot{Q}_2(0) - M_1\dot{q}(0) \\ L_1\dot{Q}_1(0) - M_3\dot{Q}_2(0) - M_1\dot{q}(0) \\ M_3\dot{Q}_1(0) + L_2\dot{Q}_2(0) - M_2\dot{q}(0) \\ M_3\dot{Q}_1(0) + L_2\dot{Q}_2(0) - M_2\dot{q}(0) \\ M_1\dot{Q}_1(0) + M_2\dot{Q}_2(0) + L_{ch}\dot{q}(0) \\ M_1\dot{Q}_1(0) + M_2\dot{Q}_2(0) + L_{ch}\dot{q}(0) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} L_1CU_C \\ 0 \\ M_3CU_C \\ 0 \\ M_1CU_C \\ 0 \end{pmatrix}. \quad (1.70)$$

S použitím (??) a počátečních podmínek (??) dostaneme z funkce Odeint konkrétní průběhy funkcí Ω_i pro $i \in \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$, ze kterých reprodukuje hledaná fyzikální řešení. Pro jednotlivá nábojová řešení platí:

$$\begin{aligned} Q_1(t) &= D_1\Omega_1(t) - D_2\Omega_3(t) + D_3\Omega_5(t) \\ Q_2(t) &= -D_4\Omega_1(t) - D_5\Omega_3(t) + D_6\Omega_5(t) \\ q(t) &= D_7\Omega_1(t) - D_8\Omega_3(t) + D_9\Omega_5(t). \end{aligned} \quad (1.71)$$

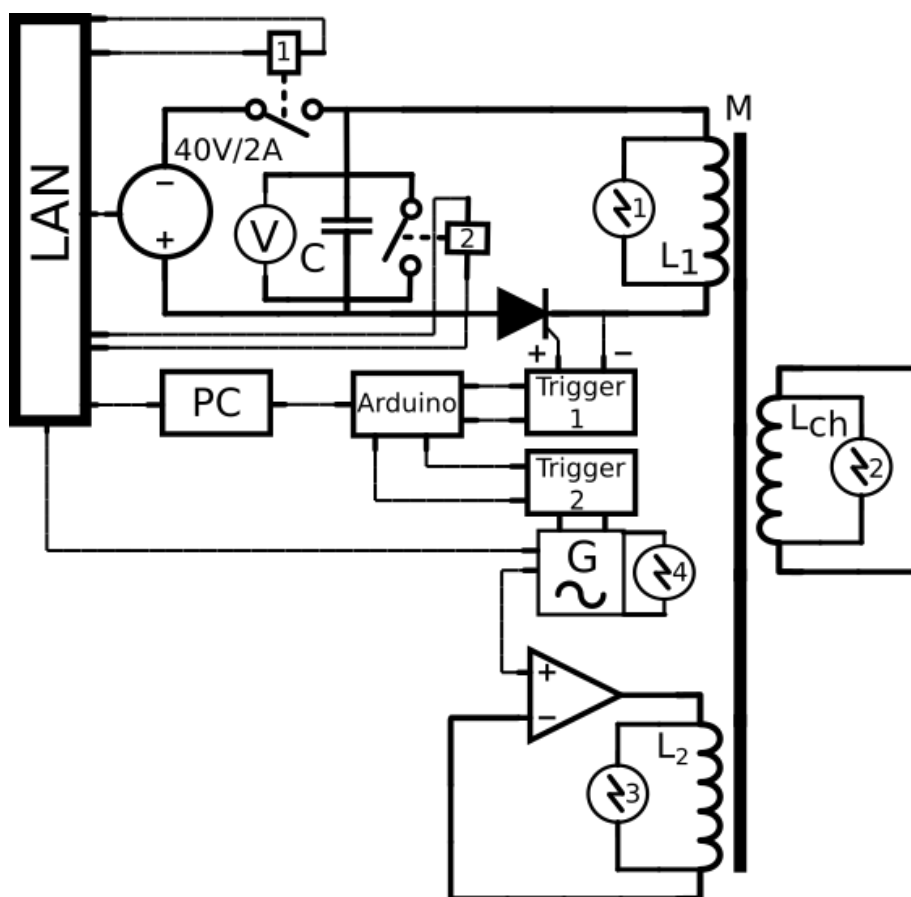
Z definice (??) spočítáme vybíjecí napětí na kondenzátoru $U_C(t)$ a jednotlivá proudová řešení $I_1(t)$, $I_2(t)$, $I_{ch}(t)$ následovně:

$$\begin{aligned} U_C(t) &= \frac{Q_1(t)}{C} = \frac{1}{C} \cdot (D_1\Omega_1(t) - D_2\Omega_3(t) + D_3\Omega_5(t)) \\ I_1(t) &= \dot{Q}_1(t) = D_1\dot{\Omega}_1(t) - D_2\dot{\Omega}_3(t) + D_3\dot{\Omega}_5(t) = \\ &= D_1\Omega_2(t) - D_2\Omega_4(t) + D_3\Omega_6(t) \\ I_2(t) &= \dot{Q}_2(t) = -D_4\dot{\Omega}_1(t) + D_5\dot{\Omega}_3(t) - D_6\dot{\Omega}_5(t) = \\ &= -D_4\Omega_2(t) + D_5\Omega_4(t) - D_6\Omega_6(t) \\ I_{ch}(t) &= \dot{q}(t) = D_7\dot{\Omega}_1(t) - D_8\dot{\Omega}_3(t) + D_9\dot{\Omega}_5(t) = \\ &= D_7\Omega_2(t) - D_8\Omega_4(t) + D_9\Omega_6(t). \end{aligned} \quad (1.72)$$

Pro ukázkou využijeme parametrů GOLEMA

1.6.2 Laboratorní verze vakuového výboje s přídavným primárem

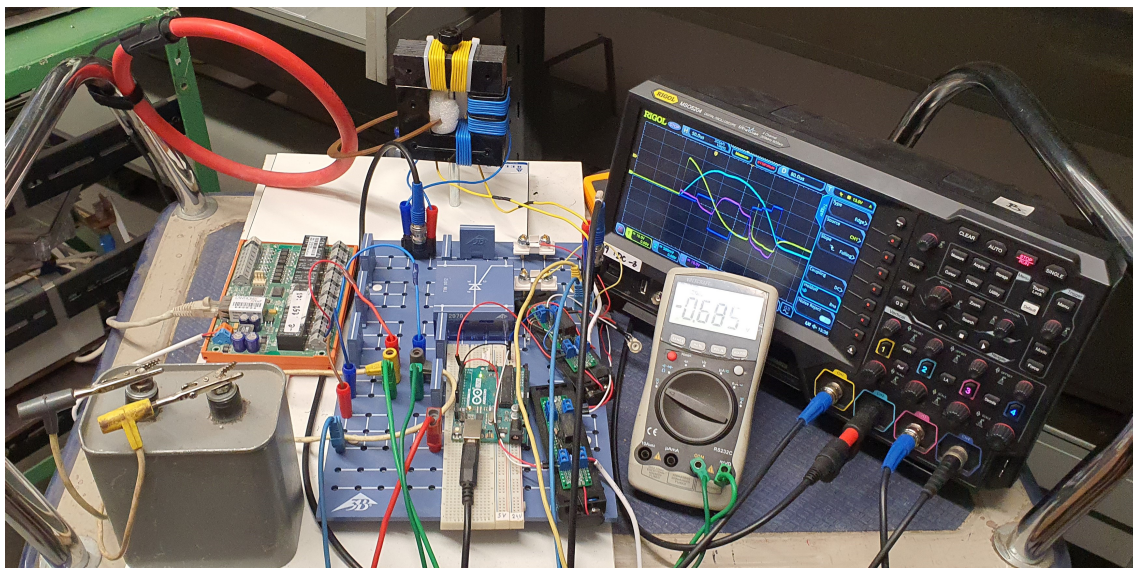
Obdobně jako u předchozích fází konstrukce zde došlo opět k implementaci nových komponent. Technologické schéma 3. fáze konstrukce je na obrázku ???. Jedná se už o poměrně komplexní systém, kde oproti předchozí části přibilo nové primární vinutí pro stabilizaci proudu v komoře. Jako zdroj je použito zesilovače KEPCO, který zesílí předdefinovaný signál z připojeného frekvenčního generátoru. Frekvenční generátor je trigrován obdobně jako tyristor pomocí druhého triggeru pro galvanické oddělení od silové části obvodu a napěťový impuls je generován opět arduinem. Díky propojení s arduinem jsme schopni poměrně snadno zesynchronizovat sepnutí tyristoru a sepnutí frekvenčního generátoru.



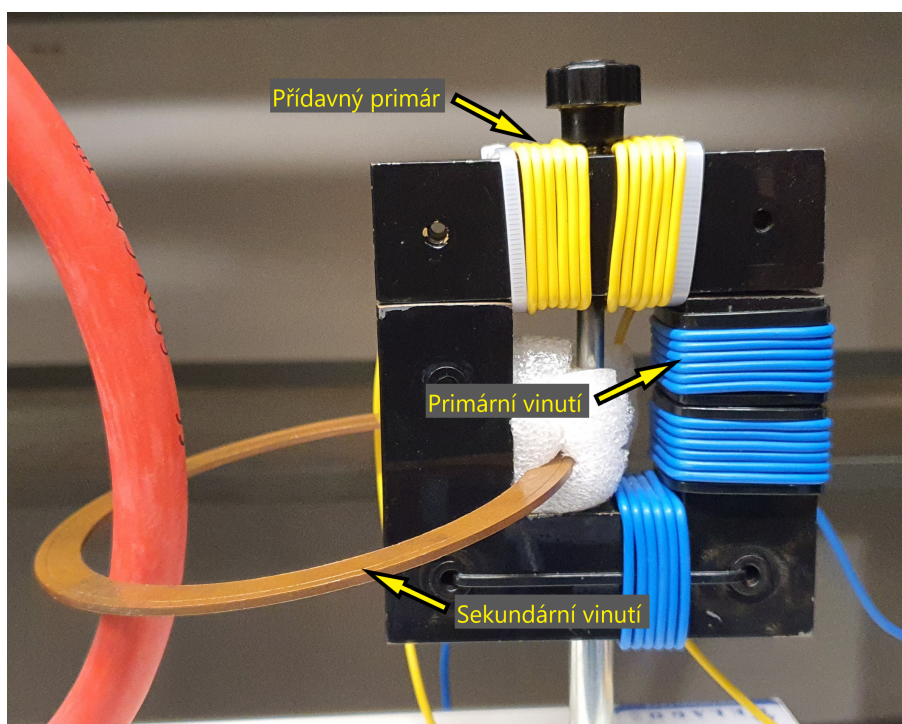
Obrázek 1.19: Technologické schéma zapojení 3.fáze table-top experimentu.

Sběr dat probíhá tentokrát ze všech čtyř kanálů osciloskopu. Na kanále 1 se zaznamenává napětí na kondenzátoru, na kanále 2 se zaznamenává proud simulovanou komorou, na kanále 3 je napětí na přídavném primáru a na kanále 4 je vygenerovaná wave-forma z frekvenčního generátoru. Na obrázku ?? je pro porovnání s ?? laboratorní implementace.

V této fázi jak již bylo řečeno došlo k navinutí přídavného primárního vinutí na laboratorní transformátorové jádro. Bylo zde navinuto 2x po šesti závitech. Tento počet byl zvolen z důvodu místa na transformátorovém jádře. Modifikované transformátorové jádro je k nahlédnutí na obrázku ?? včetně popisu jednotlivých částí.

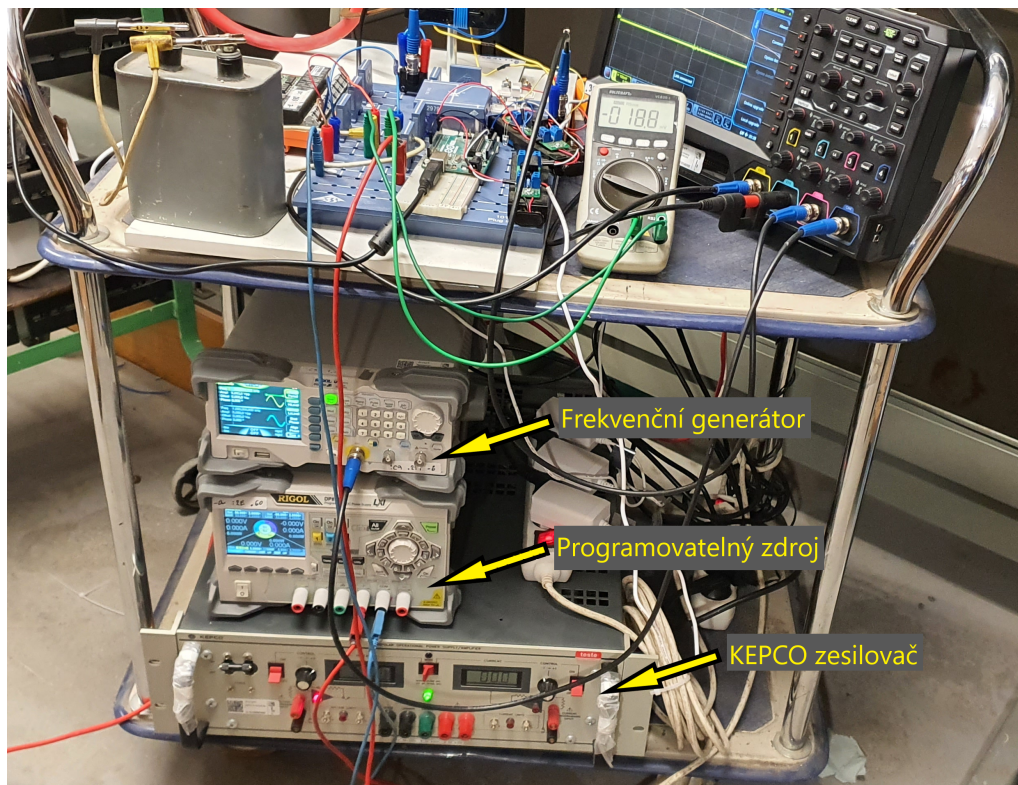


Obrázek 1.20: Laboratorní zapojení 3.fáze table-top experimentu.



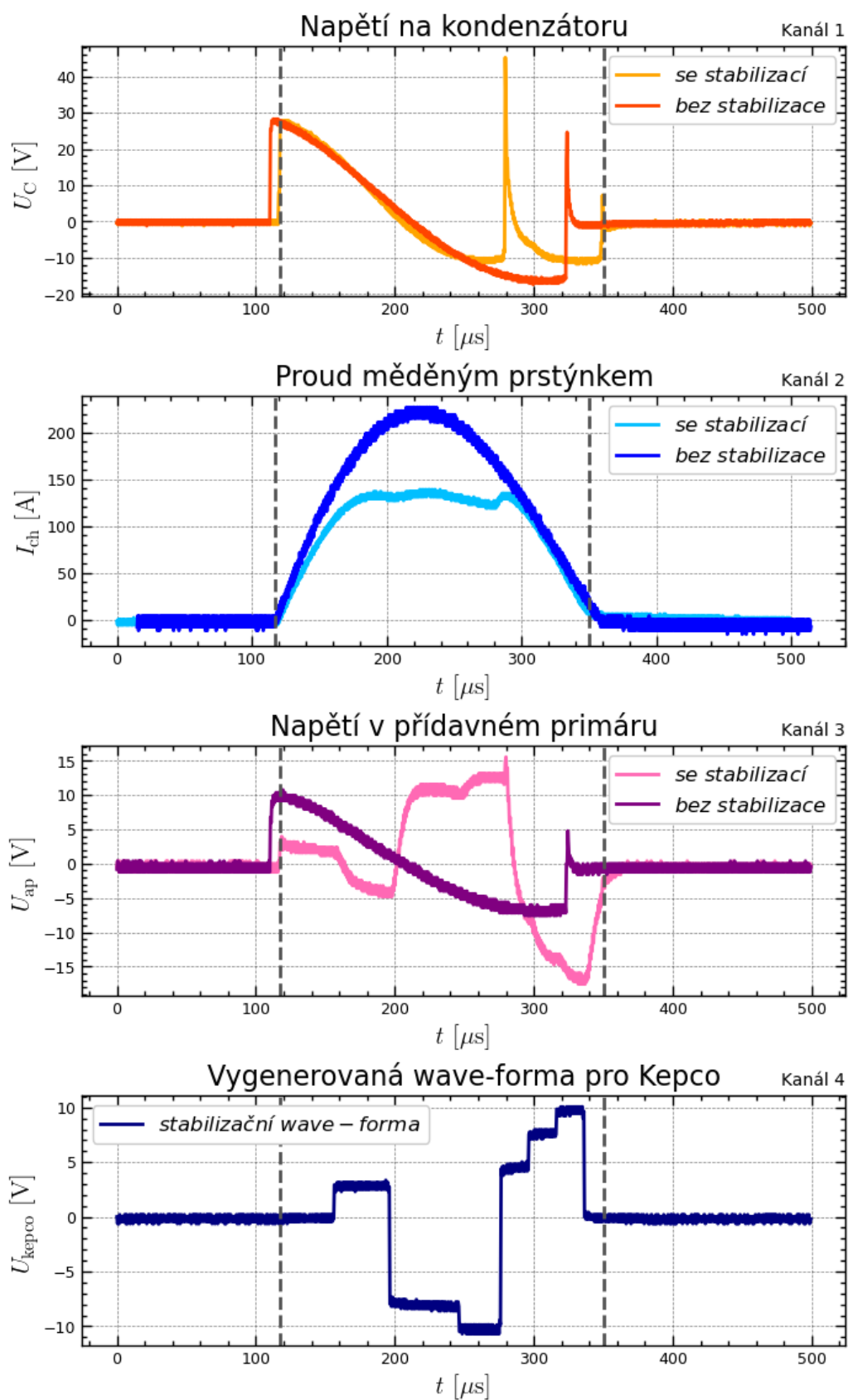
Obrázek 1.21: Laboratorní verze transformátorového jádra 3.fáze table-top experimentu.

Na obrázku ?? je detailnější pohled na celou sestavu 3. a finální fáze konstrukce table-top experimentu.



Obrázek 1.22: Celá laboratorní sestava 3.fáze table-top experimentu.

Po zprovození celé sestavy došlo ke zkoušení různých konfigurací wave-forem poslaných z frekvenčního generátoru do KEPCA a hledání vhodné konfigurace, která by dokázala udržet proud na měděném prstýnku na konstantní hodnotě. Takovou konfiguraci se podařilo najít a je k nahlédnutí na obrázku ??.



Obrázek 1.23: Porovnání dat z 3. fáze table-top experimentu bez stabilizace a se stabilizací.