

Rezonance sklenic na víno

V. Růžičková

Fakulta jaderná a fyzikálně inženýrská, Břehová 7, 115 19 Praha 1
ruzicve3@fjfi.cvut.cz

Abstrakt

Cílem mé práce bylo prošetřit vztah mezi vlastní frekvencí rezonance částečně naplněných skleniček od vína a hustotou tekutiny uvnitř. Nejprve jsem si stanovila hypotézu a matematický model pro ověření na základě akademických příspěvků zejména A. P. Frenche a T. Rossinga, a poté provedla experiment. Výsledky jsem porovнала s teorií, a ověřila tak hypotézu.

1 Úvod

Každý se už nejspíš někdy setkal s tzv. „zpívající skleničkou“, tedy obyčejnou sklenicí od vína, která při šikovním přejetí prstem po hrdle sklenice vydává melodické zvuky. Ne každý už si je ale vědom toho, že se při tomto aktu stává sklenice vynuceným oscilátorem a že za „zpěv“ může fyzikální jev zvaný rezonance. Porozumění vztahu mezi frekvencí rezonance sklenice a jejími vlastnostmi lze využít nejspíš jen pro sestavení poněkud netradičního hudebního nástroje zvaného skleněná harfa. Obecně je ale zkoumání rezonance důležité kvůli dopadům tohoto jevu na mnohá odvětví moderní fyziky, jako jsou například materiálové inženýrství nebo částicová fyzika.

V této práci se pokusím prozkoumat vztah vlastní frekvence rezonance částečně naplněné vinné sklenice a hustoty tekutiny uvnitř sklenice.

2 Teorie

2.1 Vlastní a harmonické frekvence

Vlastní neboli základní frekvence tělesa je nejnižší frekvence, při které může těleso periodicky oscilovat. Přirozené násobky této frekvence nazýváme harmonickými frekvencemi. Těleso bude vždy oscilovat na vlastní nebo harmonické frekvenci, pokud není nuceno frekvencí své oscilace změnit nějakou vnější silou.

2.2 Resonance

Když těleso osciluje se svou vlastní nebo harmonickou frekvencí, zvýší se amplituda jeho oscilací. Tento jev nazýváme rezonance. V případě vynucených mechanických kmitů, tedy případě zpívajících sklenic, začne těleso rezonovat, pokud frekvence působení řídicí síly, která nutí těleso oscilovat, je základní nebo harmonickou frekvencí tělesa.

2.3 Resonance a zpívající sklenice

V případě vynucené oscilace sklenic na víno se zvýšení amplitudy při resonanci projeví zvýšením hlasitosti vydávaného zvuku. Frekvence oscilace pak určuje tón „zpěvu“. Hodnota základní frekvence sklenice závisí na mnohých parametrech tvaru sklenice, například tloušťce stěny nebo zaoblení hrdla, na materiálu sklenice a na množství a hustotě kapaliny ve sklenici. V této práci budu prověřovat pouze závislost základní frekvence na hustotě, ostatní parametry ovlivňující základní frekvenci proto budu udržovat konstantní.

2.4 Matematický model

Pro určení hypotézy k ověření pomocí experimentu jsem použila zejména rovnici A. P. Frenche popisující akustiku vinných sklenic:

$$\left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2 = 1 + \left(\frac{\gamma\rho R}{5\delta a}\right)\left(1 - \frac{d}{H}\right)^4 \quad 2.1$$

Kde ω je základní frekvence naplněné sklenice v kgm^{-3} , ω_0 je základní frekvence prázdné sklenice v kgm^{-3} , ρ je hustota tekutiny v kgm^{-3} , R je součet poloměru a radiální výchylky stěny sklenice v m, γ je bezrozměrná konstanta, δ je hustota stěny sklenice v kgm^{-3} , a je radiální tloušťka sklenice v m, d je vzdálenost hladiny od vrcholu sklenice v m a H je výška sklenice v m.

Po vyjádření ω^2 z rovnice a označení konstantních parametrů $A = \frac{\gamma R \left(1 - \frac{d}{H}\right)^4}{5\delta a}$ dostaneme:

$$\omega^2 = \frac{\omega_0^2}{1 + A\rho} \quad 2.2$$

Hustota kapaliny je tedy zjevně nepřímo úměrná kvadrátu frekvence základní frekvence. - Rovnici 2.2 upravíme do lineárního tvaru a dostaneme:

$$\frac{1}{\omega^2} = \frac{A}{\omega_0^2}\rho + \frac{1}{\omega_0^2} \quad 2.3$$

Grafem obrácené hodnoty kvadrátu vlastní frekvence v závislosti na hustotě kapaliny by tedy měla být přímka protínající osu y v hodnotě odpovídající obrácené hodnotě kvadrátu základní frekvence prázdné sklenice.

3 Experiment

3.1 Návrh a průběh experimentu

K provedení experimentu jsem použila destilovanou vodu, cukr krystal, sklenici na víno, odměrný válec, digitální váhu, mikrofón a laptop na nahrávání a analýzu frekvence zvuku.

Jako tekutinu jsem zvolila glukózový roztok, protože cukr a destilovaná voda jsou dostupné a bezpečné suroviny, a protože cukerný roztok lze poměrně jednoduše namíchat v různých hustotách změnou koncentrace. Volba více různých tekutin, jako například javorového sirupu, ethanolu apod. by sice zvětšila možný rozsah hustot, měnily by se pak ale také chemické vlastnosti kapaliny.

Cukerný roztok jsem namíchala v hmotnostních koncentracích 0.1%, 0.4%, 0.7%, 1.3%, 1.5%, 1.7% a 2.0%. Získala jsem tak roztoky o hustotách 1.02, 1.11, 1.13, 1.15, 1.25, 1.28, 1.29 a 1.31 gcm⁻³. Hustotu roztoků jsem určovala z hmotnosti 100 ml roztoku, naměřené pomocí digitální váhy s přesností 0.005 g. Do sklenice jsem nalévala vždy 100 ml roztoku naměřených pomocí odměrného válce s přesností na 0.05 ml. Vzhledem k lepkavosti zejména větších koncentrací cukerného roztoku jsem roztok vážila před a po nalití do sklenice a případné nesrovnalosti v množství jsem dorovnávala.

Během samotného měření jsem pak připojila mikrofon k laptopu a pomocí softwaru Audacity nahrávala frekvenci zvuku, který byl produkován přejížděním navlhčeným prstem po hrdlu sklenice. Nahrávání jsem opakovala třikrát pro každou hustotu kapaliny a třikrát jsem nahrála také frekvenci produkovanou prázdnou sklenicí.

3.2 Analýza dat

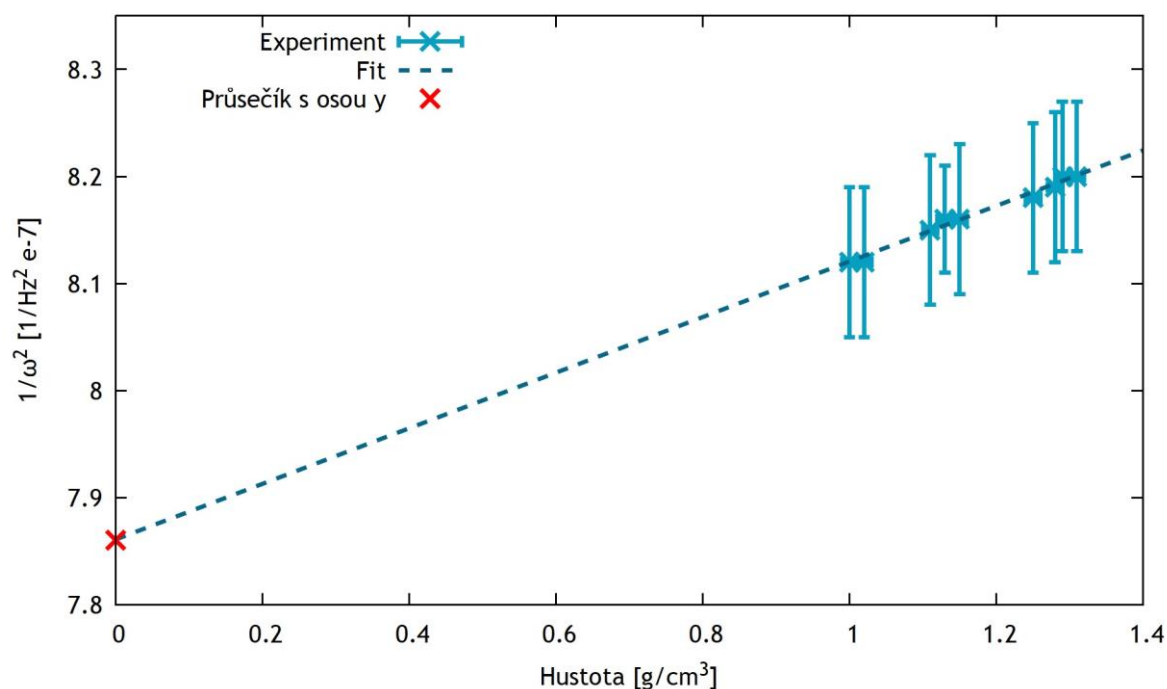
Pro analýzu zvuku jsem použila nástroj softwaru Audacity nazvaný „Frequency Analysis“. Tento nástroj vytvoří pro nahrávku zvuku graf frekvence a hlasitosti zvuku v dB. Nejhlasitější frekvence budou nutně buď základní nebo harmonické, pro určení základní frekvence tedy stačilo určit rozdíl mezi následujícími peaky grafu. Pro každou nahrávku jsem analyzovala pět po sobě následujících peaků.

4 Výsledky

Výsledky experimentu s chybami měření v tabulce č.1 jsem vynesla do grafu č.1 pomocí softwaru gnuplot.

Hustota ρ v gcm ⁻³	Základní frekvence ω v Hz	ω^{-2} v Hz ⁻²
1.31±0.01	1104±6	8.20±0.08 ×10 ⁻⁷
1.29±0.01	1104±5	8.20±0.07 ×10 ⁻⁷
1.28±0.01	1105±5	8.19±0.07 ×10 ⁻⁷
1.25±0.01	1106±5	8.18±0.07 ×10 ⁻⁷
1.15±0.01	1107±6	8.16±0.06 ×10 ⁻⁷
1.13±0.01	1107±4	8.16±0.05 ×10 ⁻⁷
1.11±0.01	1108±5	8.15±0.07 ×10 ⁻⁷
1.02±0.01	1110±5	8.12±0.07 ×10 ⁻⁷
1.00±0.01	1110±5	8.12±0.07 ×10 ⁻⁷
Prázdna sklenice	1129±6	7.85±0.08 ×10 ⁻⁷

Tabulka 1: Výsledky experimentu



Graf 1: Převrácená hodnota kvadrátu vlastní frekvence v závislosti na hustotě tekutiny

5 Závěr

Průsečík fitu s osou y odpovídá hodnotě $7.86 \times 10^{-7} \text{ Hz}^{-2}$. To je v souladu s naměřenou základní frekvencí prázdné sklenice, pro kterou vychází převrácená hodnota kvadrátu na $7.85 \pm 0.08 \times 10^{-7} \text{ Hz}^{-2}$. Výsledky experimentu tedy odpovídají hypotéze, že kvadrát základní frekvence oscilace sklenice na víno je nepřímo úměrný hustotě tekutiny uvnitř sklenice.

6 Reference

- [1] French, A. P., 1983. In *Vino Veritas: A study of wineglass acoustics*. American Journal of Physics, 51, 688
- [2] Rossing, T. D. 'Wine glasses, Bell Modes, and lord Rayleigh', *The Physics Teacher*, 28(9) (1990) 582–585
- [3] Jundt, G., Radu, A., Fort, E., Duda, J., Vach, H., Fletcher, N., *Vibrational modes of partly filled wine glasses*, The Journal of the Acoustical Society of America, 119(6) (2006) 3793-3798.
- [4] Hyperphysics.phy-astr.gsu.edu, *Resonance* (2022), <http://hyperphysics.phy-astr.gsu.edu/hbase/Sound/reson.html#resdef>