O akustických mlýncích prof. Dvořáka

FJFI ČVUT

Fyzikální seminář ZS 14/15

Jan Mazáč a Daniel Štěrba

Známý neznámý profesor Vincenc Dvořák

- Rodák z Vysočiny, žák Ernsta Macha
- Zakladatel moderní chorvatské fysiky
- Rektor University v Záhřebu
- Akustika, resonance, propojení elektromagnetismu s akustikou
- Nadaný hudebník
- Kontur Řádu Františka Josefa

Profesor Vincenc Čeněk Dvořák

Zdroj: http://www.unizg.hr/rektori/portreti/vdvorak.jpg

II. Ueber die akustische Anziehung und Abstofsung;

von Dr. V. Dvořák,

Privadocenten in Prag.

Was die früheren Versuche von Guyot, Guthrie und Schellbach über diesen Gegenstand betrifft, so hat dieselben Bertin in den *Annales de Chimie et de Physique, T. XXV*, (1872), *p.* 199, übersichtlich zusammengestellt. Da ich die rein theoretischen Abhandlungen von Thomson (*Philos. Magazin T. XLI*) und Challis (ebendaselbst) bis jetzt nicht zu lesen bekam, so ist im Folgenden blofs auf die Untersuchungen von Guyot, Guthrie und Schellbach Rücksicht genommen.

Beobachtungen an transversal-schwingenden Stäben.

Schon Guyot (1834) untersuchte die Einwirkung eines transversal schwingenden Stabes auf ein kleines in der Nähe aufgehängtes Papierquadrat. Der Versuch ist in den *Annales de Chimie et de Physique T. XXV, p.* 200 [1]), auf folgende Art beschrieben:

1) Auch diese Ann. 1834, Bd. 31, S. 640.

http://www.croatianhistory.net/gif/science/dvorzak_akusticki_radiometar.jpg

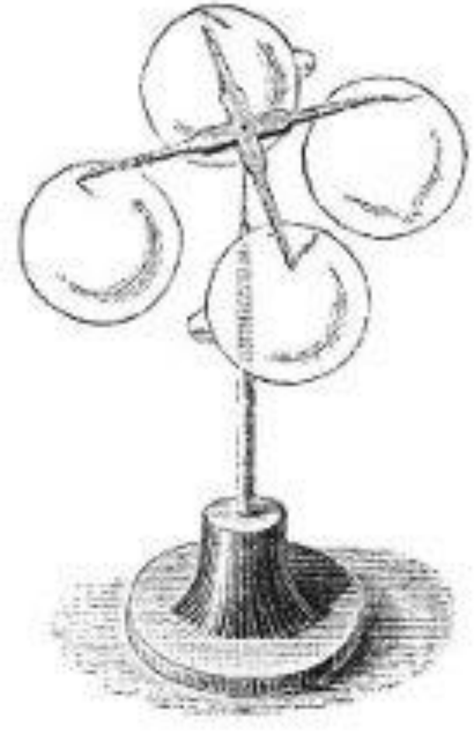


Fig. 1

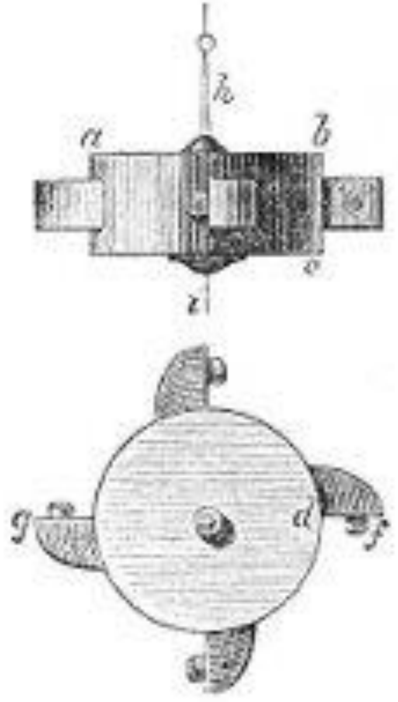


Fig. 2

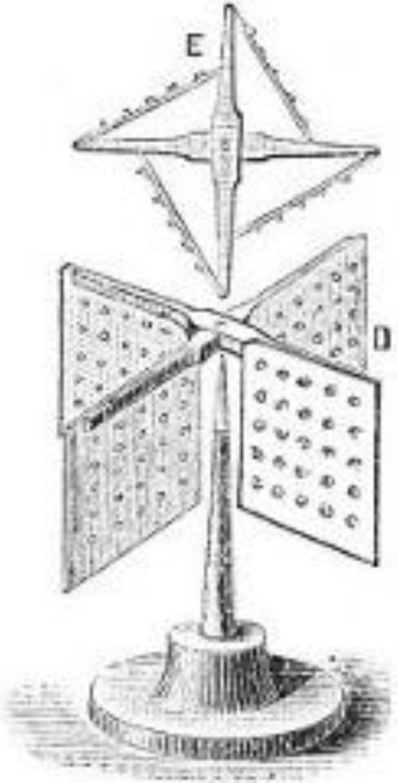


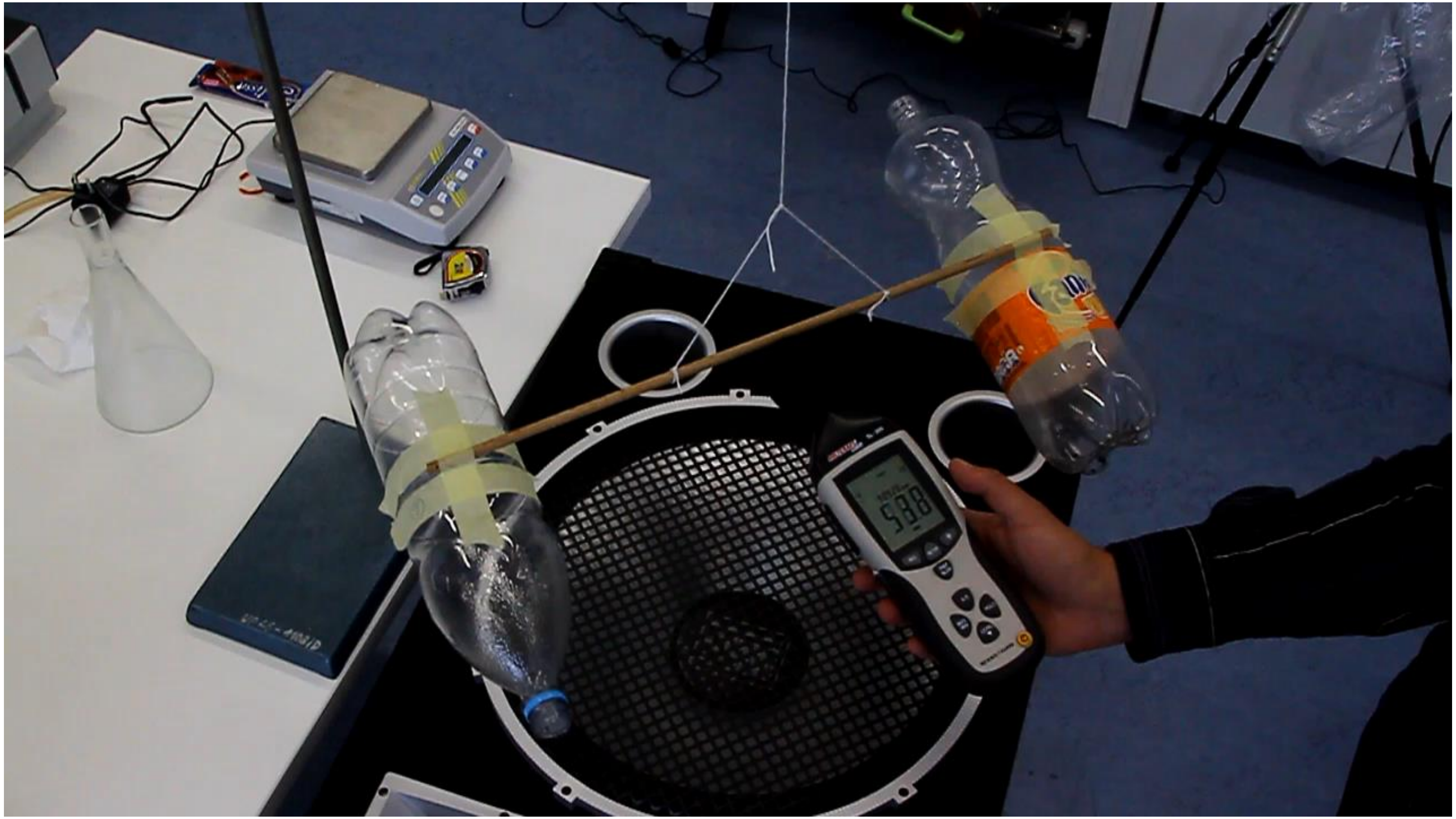
Fig. 4

http://journal.borderlandsciences.org/wp-content/uploads/1995/10/D-Fig1-4-300x510.jpg

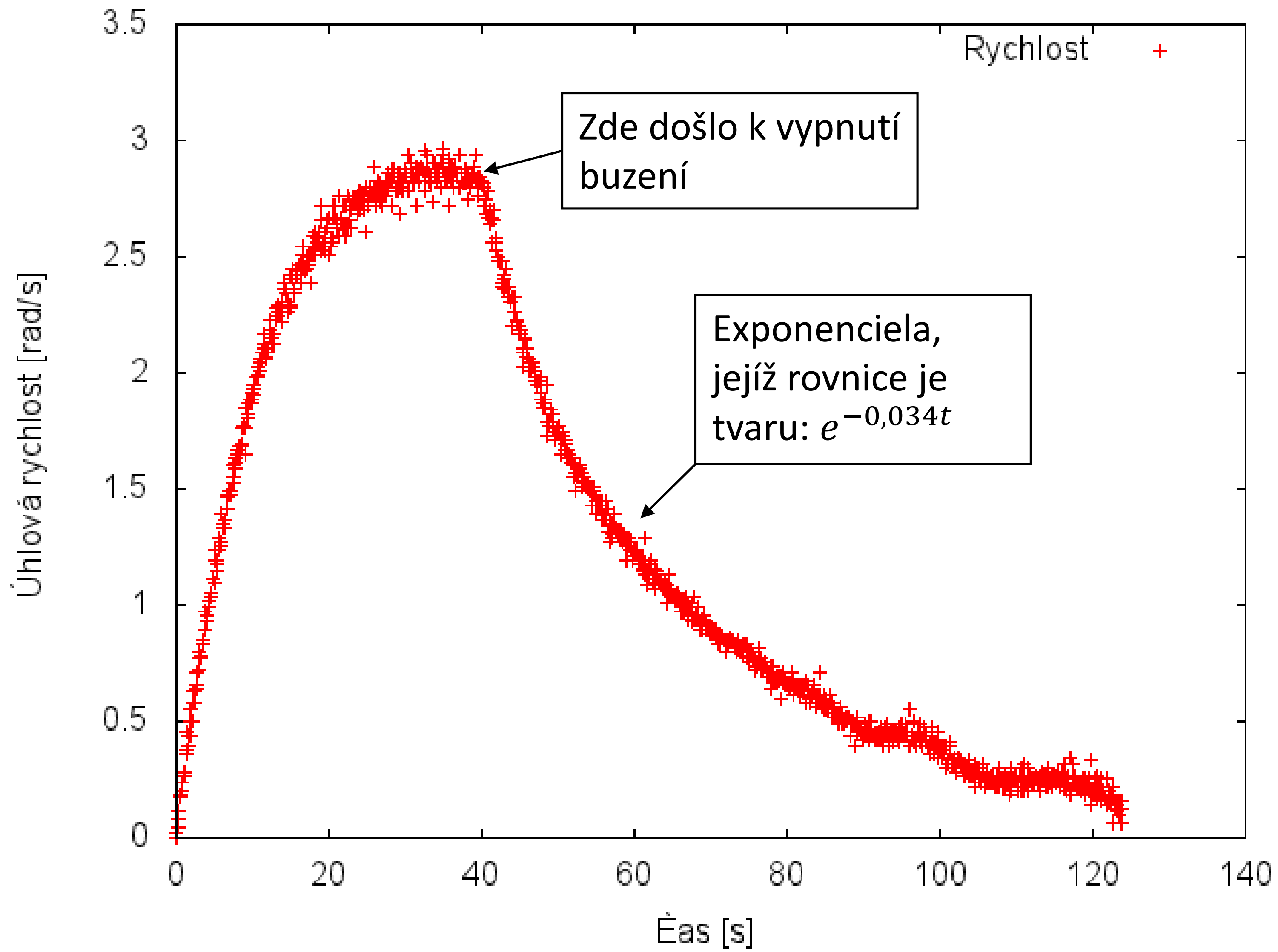
A co my s tím?

- Vlastní pokusy
- Trocha teorie
- Měření
  - Závislosti na frekvenci, intenzitě zvuku atp.
- Pokusy s dýmem
- Finále

Video z experimentu

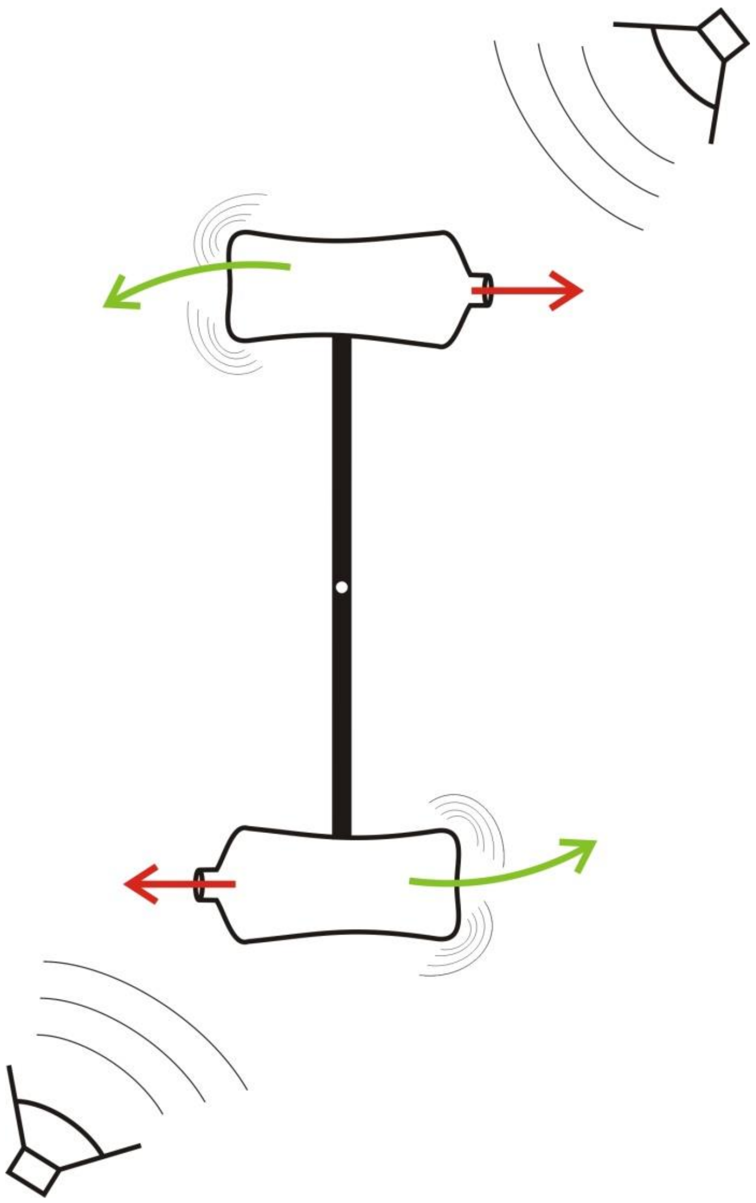


Rychlost v čase



Trocha nezbytné teorie

Zvuk → Resonance flašky → Změny tlaku uvnitř lahve → Kmitání vzduchu → Lex motus № 3 → Pohyb systému



Změny tlaku v lahvi

- Jak aproximovat změny tlaku?
  - Adiabatická změna (krátký časový úsek)

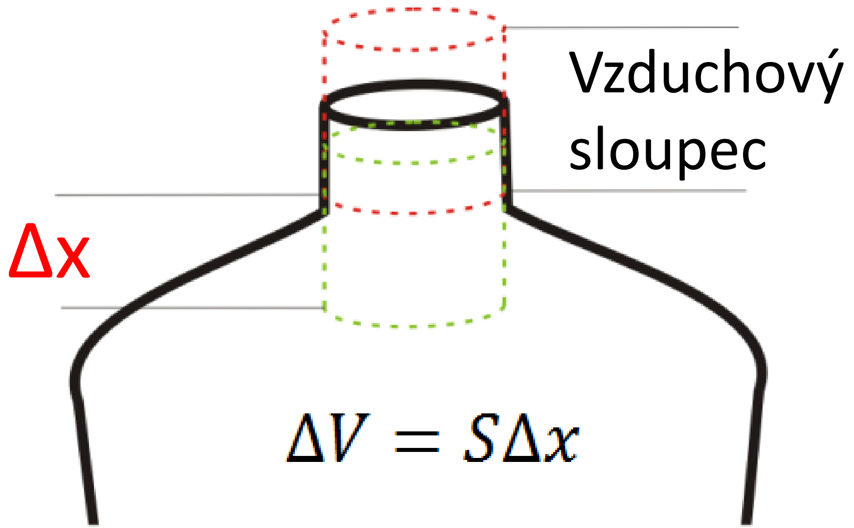
$$pV^\kappa = p_0 V_0^\kappa$$

$$p(V_0 + \Delta V)^\kappa = p_0 V_0^\kappa$$

$$pV_0^\kappa \left(1 + \frac{\Delta V}{V_0}\right)^\kappa = p_0 V_0^\kappa$$

$$(p_0 + \Delta p) V_0^\kappa \left(1 + \kappa \frac{\Delta V}{V_0}\right) = p_0 V_0^\kappa$$

$$p_0 V_0^\kappa + p_0 \kappa V_0^\kappa \frac{\Delta V}{V_0} + \Delta p V_0^\kappa = p_0 V_0^\kappa \rightarrow \Delta p = -p_0 \kappa \frac{\Delta V}{V_0}$$



Objem lahve (V_0)
Průřez hrdlem (S)
Poloměr hrdla (r)
Délka hrdla (l)
Hustota vzduchu (ρ = 1.29 kg·m^{-3})
Tlak vzduchu (p_0 = 100 000 Pa)
Poissonova konstanta (κ = 7/5)

Rovnice pohybu vzduchu v lahvi

$$a = \frac{d^2x}{dt^2} = \frac{F}{m} = \frac{S\Delta p}{\rho S l} = -\kappa p_0 \frac{xS}{V_0} \cdot \frac{1}{l\rho}$$

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \frac{\kappa p_0 S}{V_0 \rho l} x = 0$$

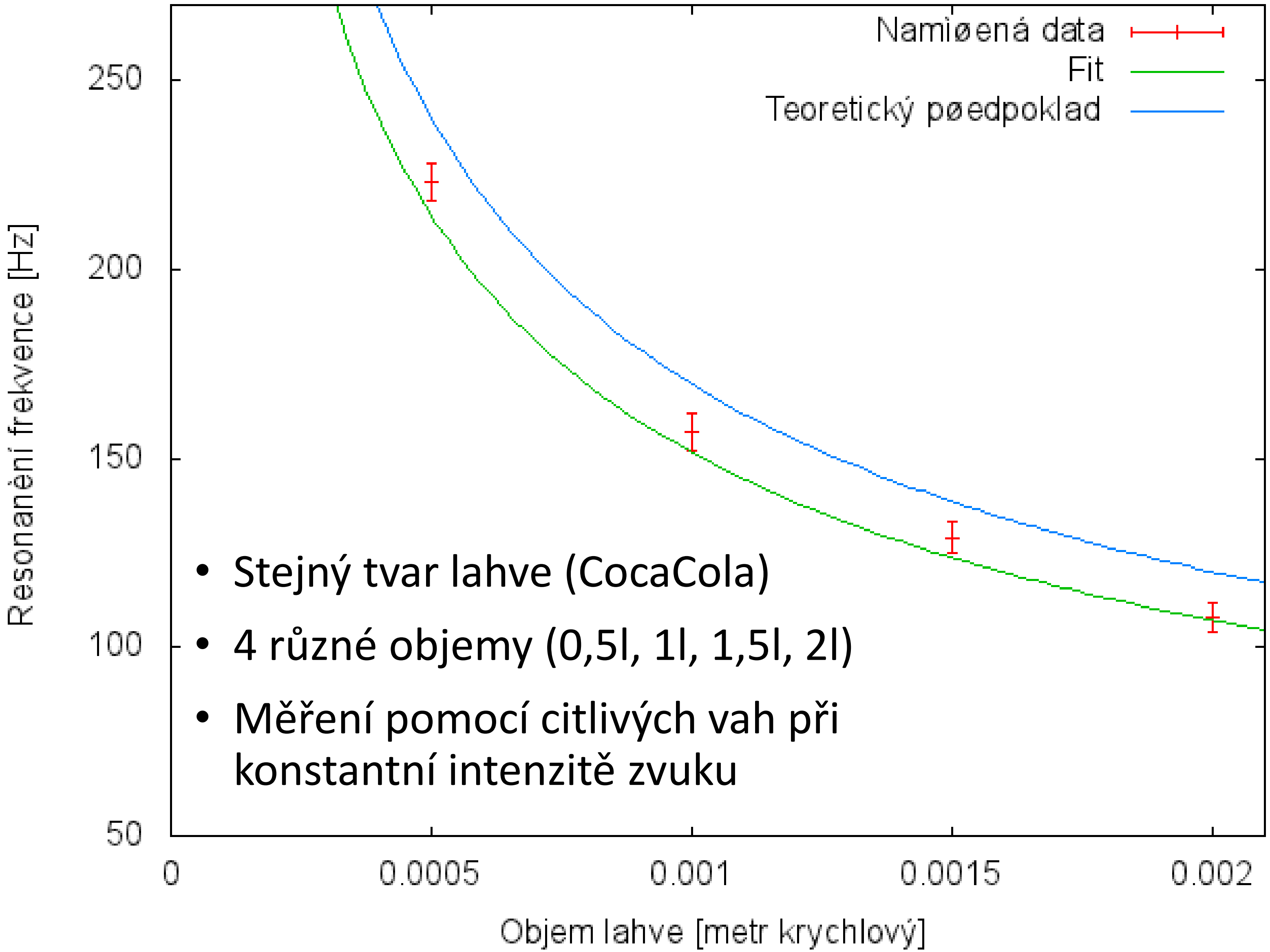
Hle! Jistá podobnost s rovnicí oscilátoru:

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \omega^2 x = 0$$

Odtud dostaneme rovnici frekvence:

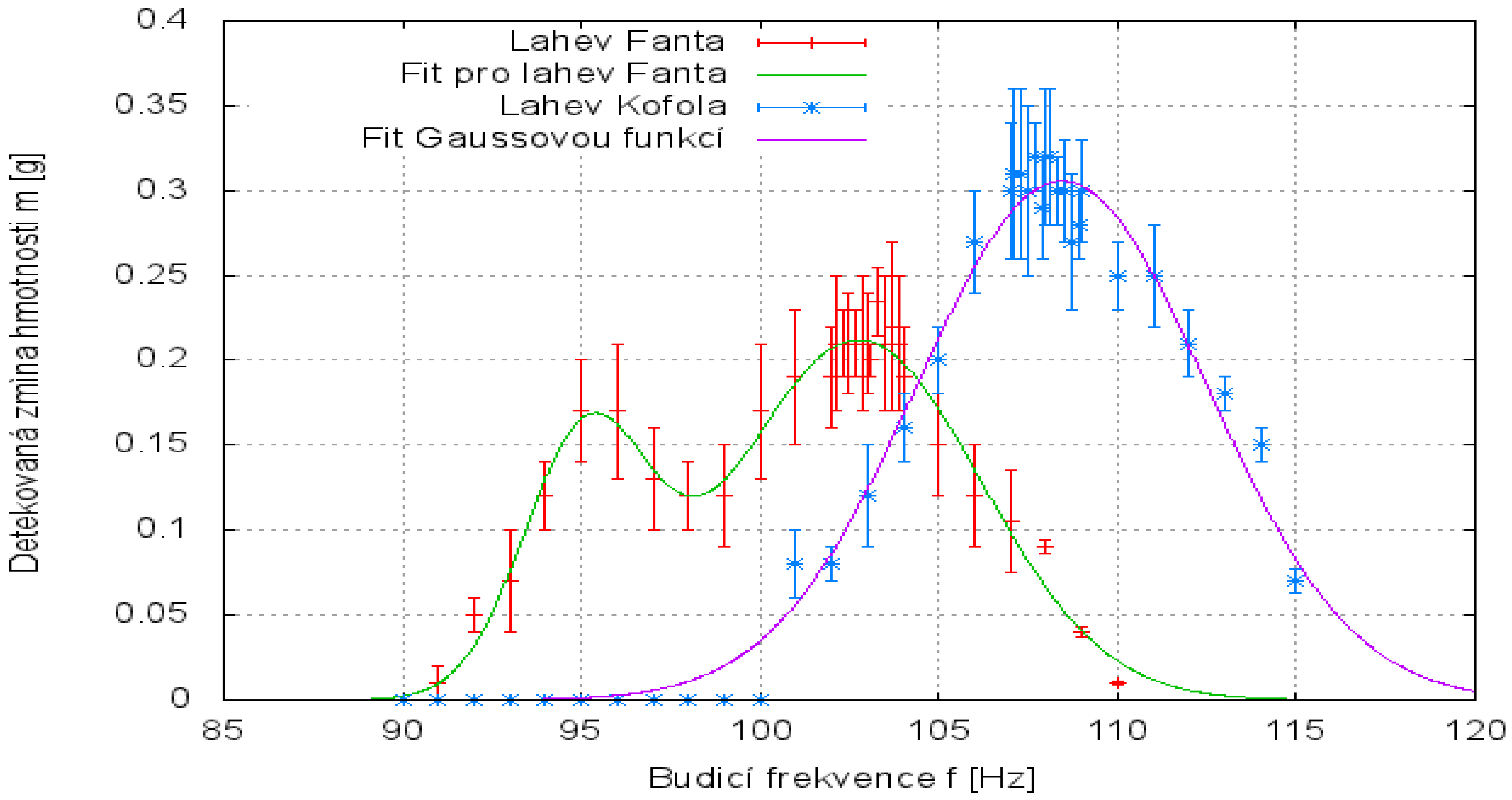
$$f = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{\kappa p_0 S}{V_0 \rho l}}$$

Srovnání teorie s naměřenou hodnotou

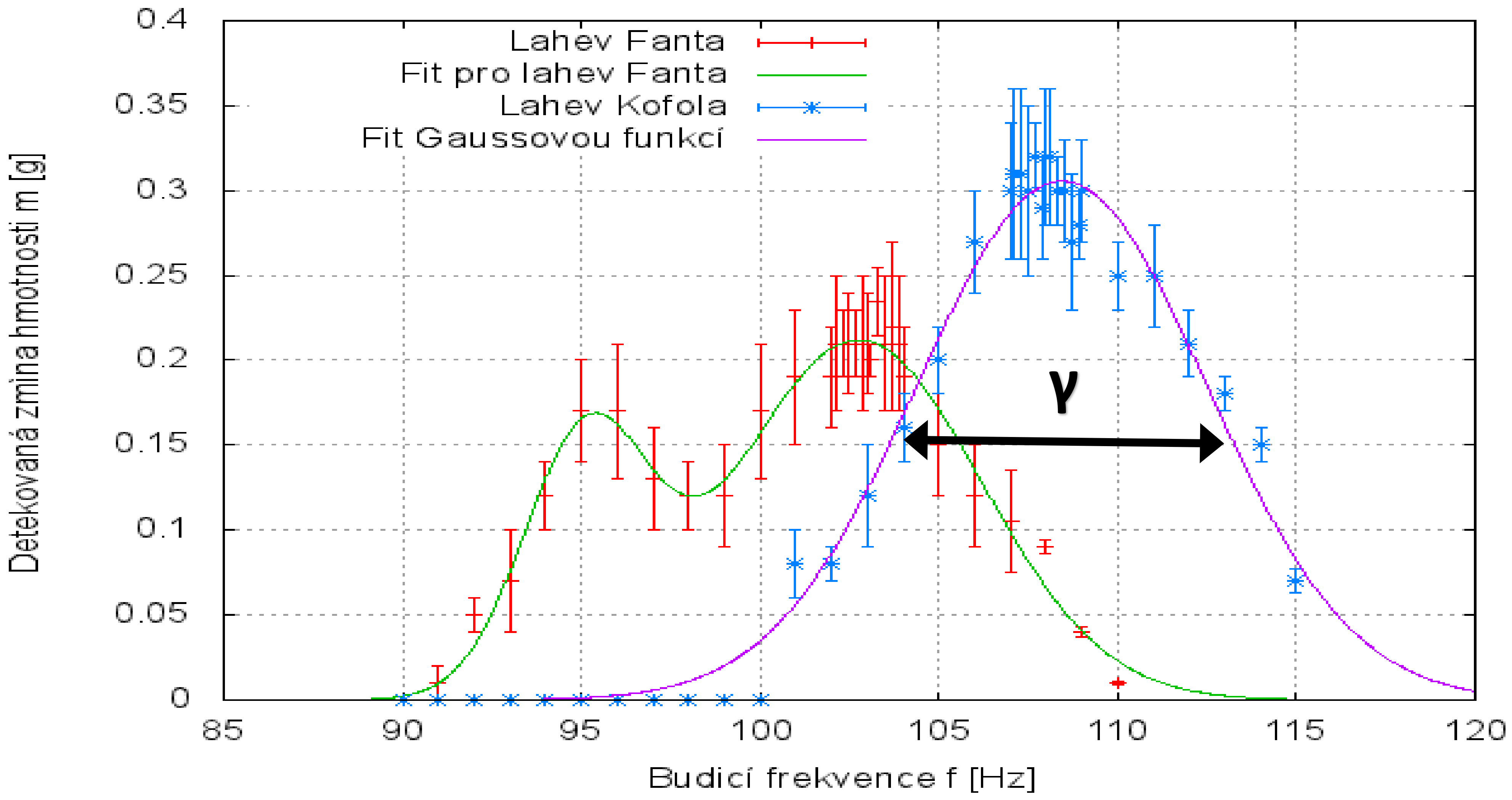


- Stejný tvar lahve (CocaCola)
- 4 různé objemy (0,5l, 1l, 1,5l, 2l)
- Měření pomocí citlivých vah při konstantní intenzitě zvuku

Resonanční charakteristika lahve



Resonanční charakteristika lahve



Pohyb vzduchu v hrdle

Opět ještě trocha teorie, resp. výpočtů

- Tlumený buzený oscilátor

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \gamma\frac{dx}{dt} + \omega_0^2 x = \frac{F_0}{m}\cos\omega t$$

předpokládané řešení

$$x(t) = A\ \cos(\omega t + \varphi)$$

- Nyní rovnici vyřešíme v podstatě na pár řádcích…

Řešíme rovnici

$$-A\omega^2 \cos\omega t\ \cos\varphi + A\omega^2 \sin\omega t \sin\varphi \\ - A\omega\gamma \sin\omega t \cos\varphi - A\omega\gamma \cos\omega t \sin\varphi \\ + A\omega_0^2 \cos\omega t \cos\varphi - A\omega_0^2 \sin\omega t \sin\varphi \\ = \frac{F_0}{m}\cos\omega t$$

Řešíme rovnici

$$-A\omega^2 \cos\omega t \ \cos\varphi + A\omega^2 \sin\omega t \sin\varphi$$
$$- A\omega\gamma \sin\omega t \cos\varphi - A\omega\gamma \cos\omega t \sin\varphi$$
$$+ A\omega_0^2 \cos\omega t \cos\varphi - A\omega_0^2 \sin\omega t \sin\varphi$$
$$= \frac{F_0}{m} \cos\omega t$$

Řešení pro $\omega t=\pi/2$

$$A\omega^2 \sin\varphi - A\omega\gamma \cos\varphi - A\omega_0^2 \sin\varphi = 0$$

$$\tan\varphi = \frac{\omega\gamma}{\omega^2 - \omega_0^2}$$

Řešíme rovnici

$$-A\omega^2 \cos\omega t \ \cos\varphi + A\omega^2 \sin\omega t \sin\varphi - A\omega\gamma \sin\omega t \cos\varphi - A\omega\gamma \cos\omega t \sin\varphi + A\omega_0^2 \cos\omega t \cos\varphi - A\omega_0^2 \sin\omega t \sin\varphi = \frac{F_0}{m}\cos\omega t$$

Řešení pro ωt=π/2

$$A\omega^2 \sin\varphi - A\omega\gamma \cos\varphi - A\omega_0^2 \sin\varphi = 0$$

$$\tan\varphi = \frac{\omega\gamma}{\omega^2 - \omega_0^2}$$

Řešení pro ωt=0

$$-A\omega^2 \cos\varphi - A\omega\gamma \sin\varphi + A\omega_0^2 \cos\varphi = \frac{F_0}{m}$$

Řešíme rovnici

$$-A\omega^2 \cos\omega t\ \cos\varphi + A\omega^2 \sin\omega t \sin\varphi - A\omega\gamma \sin\omega t \cos\varphi - A\omega\gamma \cos\omega t \sin\varphi + A\omega_0^2 \cos\omega t \cos\varphi - A\omega_0^2 \sin\omega t \sin\varphi = \frac{F_0}{m}\cos\omega t$$

Řešení pro ωt=π/2

$$A\omega^2 \sin\varphi - A\omega\gamma \cos\varphi - A\omega_0^2 \sin\varphi = 0$$

$$\tan\varphi = \frac{\omega\gamma}{\omega^2 - \omega_0^2}$$

Řešení pro ωt=0

$$-A\omega^2 \cos\varphi - A\omega\gamma \sin\varphi + A\omega_0^2 \cos\varphi = \frac{F_0}{m}$$

Dosazením jednoho do druhého získáme:

$$A = \frac{F_0}{m\gamma\omega}\sqrt{\frac{\omega^2\gamma^2}{(\omega^2 - \omega_0^2) + \gamma^2\omega^2}}$$

Řešíme rovnici

$$-A\omega^2\cos\omega t\ \cos\varphi + A\omega^2\sin\omega t\sin\varphi - A\omega\gamma\sin\omega t\cos\varphi - A\omega\gamma\cos\omega t\sin\varphi + A\omega_0^2\cos\omega t\cos\varphi - A\omega_0^2\sin\omega t\sin\varphi = \frac{F_0}{m}\cos\omega t$$

Řešení pro ωt=π/2

$$A\omega^2\sin\varphi - A\omega\gamma\cos\varphi - A\omega_0^2\sin\varphi = 0$$

$$\tan\varphi = \frac{\omega\gamma}{\omega^2-\omega_0^2}$$

Řešení pro ωt=0

$$-A\omega^2\cos\varphi - A\omega\gamma\sin\varphi + A\omega_0^2\cos\varphi = \frac{F_0}{m}$$

Dosazením jednoho do druhého získáme:

$$A = \frac{F_0}{m\gamma\omega}\sqrt{\frac{\omega^2\gamma^2}{(\omega^2-\omega_0^2)+\gamma^2\omega^2}}$$

Označme: $R(\omega) = \dfrac{\omega^2\gamma^2}{(\omega^2-\omega_0^2)+\gamma^2\omega^2}$

Řešíme rovnici

$$-A\omega^2 \cos\omega t \ \cos\varphi + A\omega^2 \sin\omega t \sin\varphi - A\omega\gamma \sin\omega t \cos\varphi - A\omega\gamma \cos\omega t \sin\varphi + A\omega_0^2 \cos\omega t \cos\varphi - A\omega_0^2 \sin\omega t \sin\varphi = \frac{F_0}{m}\cos\omega t$$

Řešení pro $\omega t = \pi/2$

$$A\omega^2 \sin\varphi - A\omega\gamma\cos\varphi - A\omega_0^2 \sin\varphi = 0$$

$$\tan\varphi = \frac{\omega\gamma}{\omega^2 - \omega_0^2}$$

Řešení pro $\omega t = 0$

$$-A\omega^2 \cos\varphi - A\omega\gamma\sin\varphi + A\omega_0^2\cos\varphi = \frac{F_0}{m}$$

Dosazením jednoho do druhého získáme:

$$A = \frac{F_0}{m\gamma\omega}\sqrt{\frac{\omega^2\gamma^2}{(\omega^2-\omega_0^2)+\gamma^2\omega^2}}$$

Označme: $R(\omega) = \frac{\omega^2\gamma^2}{(\omega^2-\omega_0^2)+\gamma^2\omega^2}$ a získáme: $A = \frac{F_0}{m\gamma\omega}\sqrt{R}$

Amplituda a její výpočet

- R=1 a budicí frekvence je rovna vlastní frekvenci oscilátoru a na základě vztahu pro intenzitu zvuku dostaneme přibližnou změnu tlaku a amplitudu.

$$I = \frac{\Delta p^2}{2p_0}\sqrt{\frac{RT}{\kappa \mathrm{M}}} \rightarrow \Delta p = \sqrt{2pI\sqrt{\frac{RT}{\kappa M}}} \approx 3\mathrm{Pa}$$

$$A = \frac{\Delta p}{l\rho\gamma\omega} \qquad A = \frac{3}{0.04 \times 1.29 \times 20\pi \times 200\pi} \cong 0.046m$$

Maximální rychlost našeho kolotoče

$$\varepsilon = \frac{M}{I} = \frac{Fy}{my^2} = \frac{F}{my} \qquad a = y\varepsilon \qquad v = y\Omega$$

$$ma = \frac{1}{2}\rho S_2 C v^2$$

$$\Omega = \sqrt{\frac{2F}{\rho S_2 C y^2}}$$

Jedná se o pouhou aproximaci!

Neznáme hodnotu C, neuvažujeme odpor závěsu, atp.

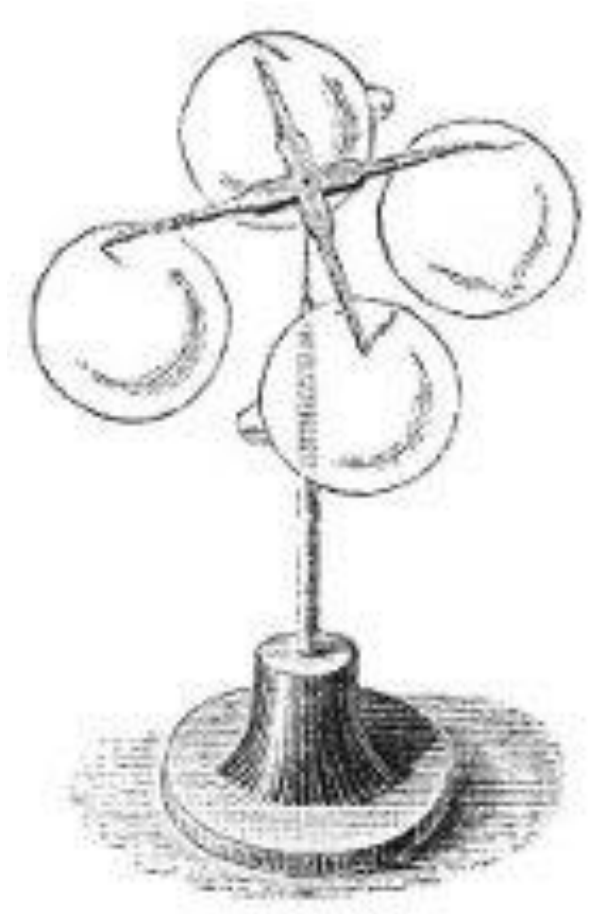
ALE i přesto dostáváme řádově správný výsledek (volba C= 3/4)

Co říci závěrem?

- Seznámení s prof. Dvořákem
- Ukázka jeho práce v současné podobě
- Do budoucna zkusit otestovat i některé jiné druhy konstrukcí
- Jak přesně vzniká síla při resonanci?

Co říci závěrem?

- Seznámení s prof. Dvořákem
- Ukázka jeho práce v současné podobě
- Do budoucna zkusit otestovat i některé jiné druhy konstrukcí
- Jak přesně vzniká síla při resonanci?



„A přece se točí!“

Reference

- DVOŘÁK, Vincenc. Ueber die akusitsche Anziehung und Abstoßung. [online]. 1876, s. 32 [cit. 2014-11-04]. Dostupné z: http://www.researchgate.net/publication/229547713_Ueber_die_akustische_Anziehung_und_Abstossung
- DVOŘÁK, Vincenc. Professor Dvorak's Sound-Mills. *Popular Science Monthly*. 1884, roč. 25, s. 3. Dostupné z: http://en.wikisource.org/wiki/Popular_Science_Monthly/Volume_25/June_1884/Professor_Dvorak's_Sound-Mills
- Prof. RNDr. Emanuel Svoboda, CSc. a kolektiv PŘEHLED STŘEDOŠKOLSKÉ FYZIKY, nakladatelství Prométheus 2003, 497 s. ISBN 80-7193-116-7
- Horák Z. RNDr. a spol.: ZÁKLADY TECHNICKÉ FYZIKY. Vydavatelství ROH – PRÁCE, 1953, vydání 2.
- *Akustické charakteristiky Helmholtzova (dutinového) rezonátoru [online]. [17.3.2013]. Avaliable from URL: http://physics.fme.vutbr.cz/~mirdo/frvs09/helmholtz/Priloha_2_Helmholtzuv_rezonator.pdf*
- http://en.wikipedia.org/wiki/Oscillation
- https://en.wikipedia.org/wiki/Harmonic_oscillator#Driven_harmonic_oscillators
- http://farside.ph.utexas.edu/teaching/315/Waves/node12.html
- http://journal.borderlandsciences.org/wp-content/uploads/1995/10/D-Fig1-4-300x510.jpg
- http://www.croatianhistory.net/gif/science/dvorzak_akusticki_radiometar.jpg
- http://www.unizg.hr/rektori/portreti/vdvorak.jpg